

Міністерство освіти і науки України  
Чорноморський національний університет імені Петра Могили

*І. А. Опенько, Р. А. Дем'яненко, М. В. Ковальов*

## **СУПУТНИКОВА ГЕОДЕЗІЯ ТА СФЕРИЧНА АСТРОНОМІЯ:**

до виконання практичних і самостійних робіт  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня  
за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій»  
галузі знань 19 «Архітектура та будівництво»

*Методичні вказівки*

Випуск 397



Миколаїв – 2021

УДК 528:629.783](076)  
О60

*Рекомендовано до друку вченою радою Чорноморського національного університету імені Петра Могили (протокол № 8 від 09 вересня 2021 р.).*

**Рецензент:**

**Совицак В. М.**, сертифікований інженер-геодезист, директор ТОВ «Український експертний центр по вимірюванню та оцінці», м. Миколаїв.

**О60**

**Опенько І. А.** Супутникова геодезія та сферична астрономія: до виконання практичних і самостійних робіт для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій» галузі знань 19 «Архітектура та будівництво»: метод. вказівки / І. А. Опенько, Р. А. Дем'яненко, М. В. Ковальов. – Миколаїв: Вид-во ЧНУ ім. Петра Могили, 2021. – 88 с. – (Методична серія; вип. 397).

Наведено методичні вказівки для закріплення теоретичного курсу та набуття практичних навиків згідно з чинною програмою дисципліни. Представлено індивідуальні завдання до практичних робіт із наведеними способами їх розв'язання. Підготовлено питання для самоперевірки знань студентів.

Призначено для студентів спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» для вивчення дисципліни, виконання практичної та самостійної роботи студентів.

УДК 528:629.783](076)

© Опенько І. А., Дем'яненко Р. А.,  
Ковальов М. В., 2021  
© ЧНУ ім. Петра Могили, 2021

ISSN 1811-492X

# ЗМІСТ

---

<b>Вступ .....</b>	<b>5</b>
<b>Тема 1. Сферична тригонометрія .....</b>	<b>6</b>
Практична робота № 1. Визначення елементів сферичного трикутника.....	10
<b>Тема 2. Системи сферичних координат і зв'язок між ними.....</b>	<b>11</b>
Практична робота № 2. Перетворення координат небесного світила.....	17
<b>Тема 3. Вимірювання часу .....</b>	<b>20</b>
Практична робота № 3. Системи вимірювання часу .....	25
<b>Тема 4. Системи координат супутникової геодезії та перетворення між ними .....</b>	<b>28</b>
Практична робота № 4. Обчислення геоцентричних координат ШСЗ за його топоцентричними координатами .....	31
<b>Тема 5. Незбурений рух ШСЗ .....</b>	<b>33</b>
Практична робота № 5. Обчислення елементів незбуреної орбіти ШСЗ .....	35
Практична робота № 6. Обчислення незбуреної ефемериди ШСЗ.....	36
<b>Тема 6. Загальні поняття про глобальні навігаційні супутникові системи .....</b>	<b>39</b>
Практична робота № 7. Програмне забезпечення для обробки супутникових геодезичних вимірювань КРЕДО ГНСС .....	44
<b>Тема 7. Методи визначення координат під час супутникових спостережень .....</b>	<b>45</b>

Практична робота № 8. Постобробка даних спостереження,  
отриманих у режимі *Статика* за допомогою КРЕДО ГНСС..... 46

**Тема 8. Планування супутникових спостережень  
з використанням ГНСС приймачів..... 59**

Практична робота № 9. Постобробка даних спостереження,  
отриманих у режимі *Кінематика* за допомогою КРЕДО ГНСС ..... 61

**Тема 9. Опрацювання даних супутникових спостережень ..... 69**

Практична робота № 10. Замикання полігонів  
за допомогою КРЕДО ГНСС ..... 71

Практична робота № 11. Розрахунок параметрів проєкції  
за допомогою КРЕДО ГНСС ..... 77

**Список літератури ..... 82**

**Додатки ..... 84**

## ВСТУП

---

Сферична астрономія є геометричною та кінематичною основою геодезичної астрономії та супутникової геодезії.

У сферичній астрономії за допомогою допоміжної небесної сфери встановлюються системи сферичних небесних координат. Положення світил у просторі, а як наслідок – і їх координати безперервно змінюються з часом. Тому задачею сферичної астрономії є побудова та вивчення різних систем вимірювання часу та встановлення відношень між ними.

Сферичні координати, одержані зі спостережень, не можуть бути безпосередньо застосовані для теоретичних міркувань і виведень: вони спотворені впливом багатьох факторів і повинні бути спочатку звільненими від цих спотворень. Вивчення причин, які спотворюють положення світил на небесній сфері, – рефракції, аберациї, паралакса – також є задачею сферичної астрономії.

Напрямок осі обертання Землі, а як наслідок – і осі світу в просторі з плином часу змінюється. Це викликає зміщення небесного екватору та точки весняного рівнодення. Таким чином, сама система координат з плином часу змінює орієнтування в просторі. Тому сферичні координати світила, що відносяться до різних моментів, будуть різними. Для порівняння координат світила, визначених у різний час, систему координат у будь-якій момент приймають за початкову та приводять до цієї системи іншу, що відноситься до іншого моменту часу. Вивчення та облік причин, які зміщують систему координат відносно нерухомих зірок, – прецесії та нутації, складають задачу сферичної астрономії.

Лише після внесення поправок у спостережувані координати за рахунок впливу перелічених вище факторів їх можна використовувати для визначення власних рухів зірок, тіл сонячної системи та для визначення орбіт.

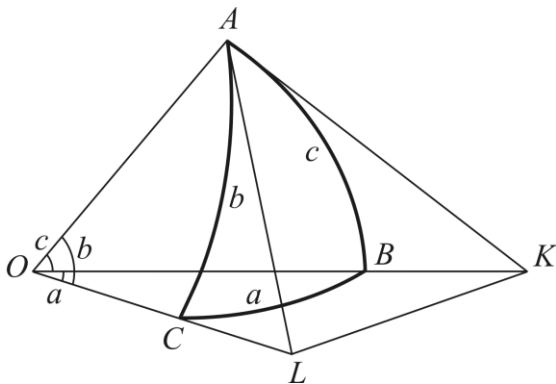
# Тема 1.

## СФЕРИЧНА ТРИГОНОМЕТРІЯ

---

**Сферичні трикутники.** Фігура на поверхні сфери, утворена трьома дугами великих кіл, що попарно з'єднують три які-небудь точки на сфері, має назву *сферичний трикутник*. Прийнято позначати кути сферичного трикутника великими літерами  $A, B, C$ , а протилежні їм сторони відповідно малими літерами  $a, b, c$ . Тому, якщо буде написано, наприклад,  $\cos A$ , то це означає, що йдеться про косинус кута, а якщо написано  $\sin b$  – це синус сторони сферичного трикутника.

Нехай т.  $O$  – центр сфери, точки  $A, B, C$ , що лежать на сфері, утворюють сферичний трикутник (рис. 1).



**Рис. 1.** Елементи сферичного трикутника

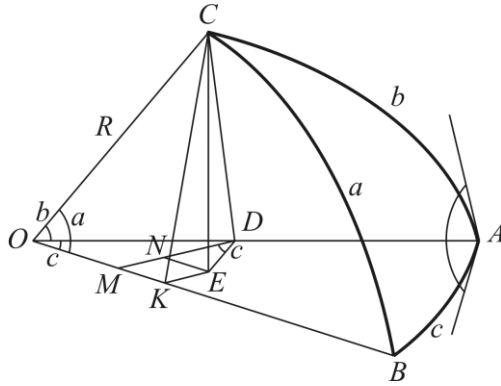
Сторони сферичного трикутника вимірюються кутовими величинами: сторона  $AB$  вимірюється кутом  $c$ , сторона  $AC$  – кутом  $b$ , сторона  $BC$  – кутом  $a$ . Ці кути є плоскими кутами тригранного кута, що проєктує сферичний трикутник із центру сфери.

Кути між кривими лініями вимірюються кутами між дотичними до них, проведеними у точці вершини цього кута. Для кола ці дотичні є перпендикулярними до радіусів сфери, проведеними у точку дотику. Тому, для побудови лінійного кута, наприклад, у точці  $A$ , потрібно провести дотичні  $AK$  до дуги  $AB$  і  $AL$  до дуги  $AC$ . Тоді кутами сферичного трикутника будуть двогранні кути спроєктованого тригранного кута.

Зазвичай розглядаються такі сферичні трикутники, у яких кожна зі сторін менша  $180^\circ$ . У цьому випадку сума кутів сферичного трикутника буде задовольняти нерівності:

$$180^\circ < A+B+C < 540^\circ.$$

Виведемо залежності між сторонами та кутами сферичного трикутника. На сфері з центром в точці  $O$  візьмемо сферичний трикутник  $ABC$  (рис. 2) зі сторонами  $a, b, c$ . З'єднаємо вершини цього сферичного трикутника  $A, B$  та  $C$  із центром сфери  $O$  радіусами  $OA = OB = OC = R$ .



**Рис. 2.** Сферичний трикутник  $ABC$  на сфері з центром  $O$

Опустимо з вершини сферичного трикутника  $C$  на площину  $AOB$  перпендикуляр  $CE$ . З точки  $E$ , що лежить у площині  $AOB$ , опустимо перпендикуляри  $ED$  і  $EK$  на радіуси сфери  $OA$  та  $OB$ . Проведемо відрізки  $CK$  і  $CD$ . Побудуємо відрізок  $DM$ , паралельний відрізку  $EK$ , і відрізок  $EN$ , паралельний відрізку  $KM$ . За такої побудови одержується шість прямокутних плоских трикутників, а саме:

$$\begin{array}{ll} \triangle COK, & \triangle COD, \\ \triangle DOM, & \triangle EDN, \\ \triangle ECK, & \triangle ECD. \end{array}$$

Центральні кути  $COK$ ,  $COD$  і  $KOD$  чисельно дорівнюють відповідним їм дугам  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Кут  $A$  сферичного трикутника  $ABC$  дорівнює двогранному куту  $CDE$ ; так само рівними між собою є кут  $B$  сферичного трикутника  $ABC$  і плоский кут  $SKE$ . Застосовуючи відомі співвідношення для плоских прямокутних трикутників, можна одержати формули, які пов'язують кути та сторони сферичного трикутника.

Визначимо довжину відрізка  $EC$  з трикутників  $ECK$  і  $ECD$ :

$$EC = CK \sin B = R \sin A \sin B,$$

$$ES = CD \sin A = R \sin b \sin A.$$

Прирівнюючи між собою праві частини цих двох виразів, можна одержати першу формулу групи (1.1):

$$\left. \begin{aligned} \sin a \sin B &= \sin b \sin A \\ \sin b \sin C &= \sin c \sin B \\ \sin c \sin A &= \sin a \sin C \end{aligned} \right\}. \quad (1.1)$$

Останні дві формули написані за аналогією: їх одержують за умови, якщо трикутник, подібний  $EDN$ , буде побудований послідовно у площинах  $OBC$  і  $OAC$ .

Перегрупувавши члени у формулах (1.1), одержимо, що у *будь-якому сферичному трикутнику відношення синусів сторін дорівнюють відношенням синусів протилежних їм кутів*. Іноді ці формули називаються *формулами синусів*.

Напишемо очевидну рівність:

$$OK = OM + MK.$$

Виразимо відрізки  $OK$ ,  $OM$  і  $MK$  через тригонометричні функції кутів і сторін трикутників  $\Delta KOC$ ,  $\Delta MOD$ ,  $\Delta DOS$ ,  $\Delta NDE$  та  $\Delta ECD$ :

$$OK = R \cos a,$$

$$OM = OD \cos c = R \cos b \cos c,$$

$$MD = ED \cos c = DS \cos A \cos c = R \sin b \cos c \cos A.$$

Підставивши одержані добутки замість  $OK$ ,  $OM$  і  $MK$ , одержимо першу формулу групи (1.2):

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{aligned} \right\}. \quad (1.2)$$

Другий і третій рядки виводяться аналогічно першому. Інакше кажучи, у *будь-якому сферичному трикутнику косинус сторони дорівнює добутку косинусів двох інших сторін плюс добутку синусів цих же сторін, помножений на косинус кута між ними*. Іноді ці формули називаються *формулами косинусів сторін*.

Якщо застосуємо групу формул (1.2) до трикутника, полярного із цим, який має, як відомо, сторони  $180^\circ - A$ ,  $180^\circ - B$ ,  $180^\circ - C$  і кути  $180^\circ - a$ ,  $180^\circ - b$ ,  $180^\circ - c$ , то одержимо формули *косинусів кутів*:



$$\left. \begin{aligned} \cos A &= -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \\ \cos B &= -\cos C \cos A + \sin C \sin A \cos b \\ \cos C &= -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c \end{aligned} \right\}, \quad (1.3)$$

тобто у будь-якому сферичному трикутнику косинус кута дорівнює добутку косинусів двох інших кутів, взятому з протилежним знаком, плюс добуток синусів цих кутів, помножений на косинус сторони між ними.

Напишемо ще одну очевидну рівність:

$$MN = MD - ND.$$

Оскільки:

$$\begin{aligned} MN &= KE = KC \cos B = R \sin a \cos B, \\ MD &= ED \cos c = DS \cos A \cos c = R \sin b \cos c \cos A, \end{aligned}$$

то маємо:

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B \\ \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \end{aligned} \right\}. \quad (1.4)$$

Так само є справедливим:

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C \end{aligned} \right\}. \quad (1.5)$$

або: у будь-якому сферичному трикутнику добуток синусу сторони на косинус прилеглого до неї кута дорівнює добутку косинусу на синус двох інших сторін мінус добуток синусу та косинусу цих же сторін, помножений на косинус кута між ними (формула п'яти елементів).

На основі властивостей взаємно полярних трикутників ( $a' = 180^\circ - A$ ) одержуємо групу формул:

$$\left. \begin{aligned} \sin A \cos b &= \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a \\ \sin A \cos c &= \cos C \sin B + \sin C \cos B \cos a \\ \sin B \cos c &= \cos C \sin A + \sin C \cos A \cos b \\ \sin B \cos a &= \cos A \sin C + \sin A \cos C \cos b \\ \sin C \cos a &= \cos A \sin B + \sin A \cos B \cos c \\ \sin C \cos b &= \cos B \sin A + \sin B \cos A \cos c \end{aligned} \right\}. \quad (1.6)$$

**Практична робота № 1.**  
**Визначення елементів сферичного трикутника**

**Вихідні дані**

1. Кут  $A$  сферичного трикутника  $ABC$ :  
 $\angle A = 60^{\circ}00'00'' + 5'' \cdot i$ .
2. Сторони сферичного трикутника:  
 $b = 48^{\circ}11'12'' + 5'' \cdot i$ ;  
 $c = 58^{\circ}33'20'' + 5'' \cdot i$ .

**Порядок обчислень**

1. Обчислити третю сторону  $a$  сферичного трикутника  $ABC$  за формулою косинусів (1.2):

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A;$$
$$a = \arccos[...]$$

2. Виходячи з формул (1.1), обчислити два інші кути трикутника за формулою синусів:

$$\sin B = \sin A \frac{\sin b}{\sin a} = \sin C \frac{\sin b}{\sin c},$$
$$\sin C = \sin B \frac{\sin c}{\sin b} = \sin A \frac{\sin c}{\sin a},$$
$$\angle B = \arcsin[...],$$
$$\angle C = \arcsin[...]$$

3. Обчислення сторін  $b$  і  $c$  сферичного трикутника виконати за формулою синусів (1.1):

$$\sin b = \sin c \frac{\sin B}{\sin C} = \sin a \frac{\sin B}{\sin A},$$
$$b = \arcsin[...],$$
$$\sin c = \sin a \frac{\sin C}{\sin A} = \sin b \frac{\sin C}{\sin B},$$
$$c = \arcsin[...]$$

4. Виконати обчислення сторін  $b$  і  $c$  сферичного трикутника за формулою косинусів (1.2):

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B, \quad b = \arccos[...],$$
$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C, \quad c = \arccos[...].$$

5. Дослідити зв'язок між елементами сферичного трикутника за формулами п'яти елементів (1.4), (1.5), (1.6), виконавши розрахунок значень лівої та правої частин формул.

## Тема 2.

# СИСТЕМИ СФЕРИЧНИХ КООРДИНАТ І ЗВ'ЯЗОК МІЖ НИМИ

---

Для спрощення математичних розрахунків і геометричних побудов, а також з методичної точки зору, зручно вважати, що всі світила знаходяться на довільній, але однаковій відстані від спостерігача, тобто вони нібито розташовані на поверхні сфери. Сфера довільного або одиничного радіуса з центром у довільній точці простору, на яку ми проєктуємо спостережувані нами світила, називається *допоміжною небесною сферою* та використовується для різних математичних розрахунків та побудов. Введенням допоміжної небесної сфери та проєктуванням з її центру на поверхню спостережуваних об'єктів здійснюється перехід від напрямків до відповідних точок на сфері (проєкціям світил), від лінійних кутів між напрямками до дуг великих кіл, від тригранних кутів до сферичних трикутників тощо.

Для розв'язання більшості задач сферичної астрономії зручно прийняти сферичні системи координат, оскільки метод сферичних координат не вимагає знання відстаней до небесних світил. Цей метод полягає в такому: на сфері обирають два великих, взаємно перпендикулярних круга, один з яких називають *основним*, інший – *початковим кругом системи*. Одну з точок перетину основного та початкового кругів системи називають *початковою точкою системи*.

В астрономії використовуються декілька систем сферичних координат, що відрізняються одна від одної вибором основного та початкового кругів, початкової точки, напрямком ліку координат. Зазвичай система координат одержує свою назву за назвою основного круга системи. Основними кругами небесної сфери є *небесний горизонт*, *небесний екватор* та *екліптика*.

*Астрономічна система координат* використовується для визначення положення точок земної поверхні.

Для польових астрономічних визначень використовують прилади, що мають вертикальну та горизонтальну осі обертання, та пов'язані з ними точно розподілені вертикальний і горизонтальний круги. За допомогою рівнів прилади встановлюють так, щоб їх вертикальні осі збігалися з напрямком прямовисної лінії. Оскільки прямовисна лінія визначає положення горизонтної системи координат, то саме ця система є вихідною у визначеннях астрономічних координат пунктів і азимутів напрямків на земній поверхні.

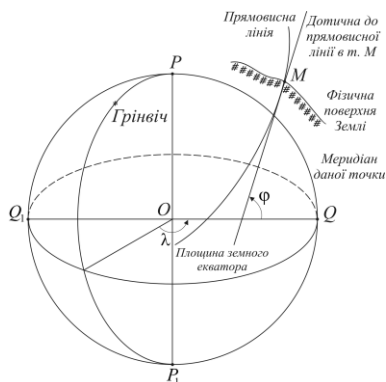


Рис. 3. До визначення астрономічних координат

Астрономічною широтою  $\varphi$  цієї точки називають кут між площиною земного екватору та прямовисною лінією (рис. 3).

Астрономічною довготою  $\lambda$  називають двограний кут між площинами початкового (гринвіцького) меридіану та меридіану цієї точки  $M$ .

Побудуємо допоміжну сферу, на якій здійснимо побудову горизонтної системи координат (рис. 4). Продовжимо прямовисну лінію в точці спостереження  $A$  до перетину зі сферою в точках  $Z$  і  $Z_1$ . Ці точки називаються точками *зеніту* та *надиру*. Великий круг, площина якого перпендикулярна до лінії  $ZZ_1$ , прийемо за перший основний круг, відносно якого будемо визначати положення світила на небесній сфері. Цей круг називають *небесним* або *астрономічним горизонтом*.

Проведемо через центр сфери лінію, паралельну осі обертання Землі, до перетину зі сферою. Ця лінія має назву *осі світу*. Нехай вісь світу перетинає допоміжну сферу в точках  $P$  і  $P_1$ , які називають *полюсами світу*. Великий круг небесної сфери  $PZSP_1Z_1N$ , що проходить через полюси світу та зеніт місця спостережень (тобто т.  $A$ ), називають *астрономічним* або *небесним меридіаном*. Прийемо небесний меридіан за другий основний круг, відносно якого будемо визначати положення світила на сфері. Горизонтальна лінія  $AN$ , що лежить у площині меридіану, показує напрямок на північ, а протилежна їй –  $AS$  – на південь, тому точки  $N$  і  $S$  називають відповідно *точками півночі* та *півдня*. Великий круг, що проходить через точки зеніту й надиру та перпендикулярний до площини меридіану, називають *першим вертикалом*; точки  $W$  і  $E$  перетину цього круга з горизонтом називаються відповідно *точками заходу* та *сходу*.

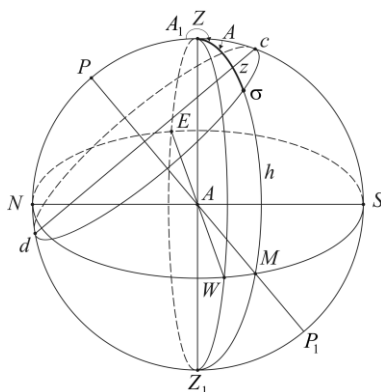


Рис. 4. Горизонтна система координат

У розглянутій системі координат положення світила  $\sigma$  визначається:

1) дугою великого круга  $Z\sigma$ , яка вимірює *зенітну відстань* світила та позначається  $z$ ;

2) двограним кутом  $A$  між площиною астрономічного меридіана  $PZP_1Z_1$  і вертикальною площиною  $Z\sigma Z_1$ , якій називається *азимут* світила та відлічуванім, як прийнято в астрономії, від південної частини меридіана за ходом годинникової стрілки.

Іноді в астрономії замість координати  $z$  застосовують висоту  $h$ , що дорівнює  $90^\circ - z$  і вимірюється дугою  $M\sigma$ ;  $h$  відповідає використовуваному в геодезії куту нахилу. Висота відлічується в межах від  $0^\circ$  до  $+90^\circ$  до зеніту та від  $0^\circ$  до  $-90^\circ$  до надиру. Легко побачити, що зенітна відстань пов'язана з висотою простим співвідношенням:

$$z + h = 90^\circ. \quad (2.1)$$

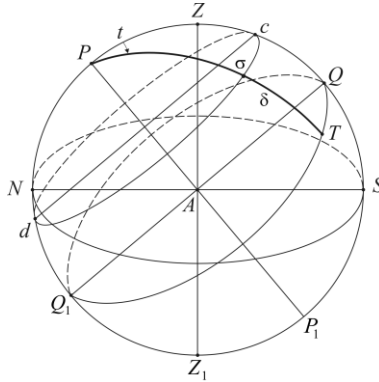
Малі круги небесної сфери, паралельні площині горизонту, тобто круги рівних висот, називаються *альмукантаратами світила*.

Якщо позначити через  $A_1$  азимут під час відлічування його від північної частини меридіана, то  $A_1 = A + 180^\circ$ .

Внаслідок обертання Землі навколо осі видиме з точки  $A$  положення світила  $\sigma$  на сфері безперервно змінюється, здійснюючи повний оберт протягом доби. Видимий рух світила протягом доби здійснюється за малим кругом  $cd\sigma$ , що називається *добовою паралеллю*. Отже, для цієї точки спостереження  $A$  значення координат  $z$  і  $A$  будуть різними у різний час доби. У різних точках земної поверхні прямокутна лінія має різний напрямок, тому в один і той же

момент часу, але для різних точок спостережень горизонтні координати одного й того ж світила також не будуть однаковими.

Візьмемо ту ж допоміжну сферу та проведемо великий круг  $QQ_1$ , площина якого перпендикулярна до осі світу (рис. 5).



**Рис. 5.** Перша екваторіальна система координат

Цей круг, що має назву *астрономічного* або *небесного екватору*, прийемо за один з кругів, відносно яких будемо визначати положення світила  $\sigma$  на сфері. Як інший координатний круг візьмемо, як і раніше, астрономічний меридіан  $PZP_1Z_1$ . Тоді положення світила  $\sigma$  у розглянутій системі координат, що має назву *екваторіальної* (*перша екваторіальна* або *перехідна*), визначається:

1) дугою  $\sigma T$ , що називається *схиленням* світила та позначається  $\delta$ ; круг  $PT$ , перпендикулярний до екватора, за яким відлічується схилення  $\delta$ , називають *кругом схилення*;

2) двограним кутом  $t$  між площиною небесного меридіана та площиною круга схилення, що називається *часовим кутом*.

Часовий кут відлічується від меридіана у напрямку, протилежному напрямку обертання Землі, від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Іноді він відлічується в обидві сторони від меридіана від  $0^\circ$  до  $\pm 180^\circ$ . У цьому випадку часові кути, відлічувані на захід, вважаються додатними, а на схід – від’ємними.

У процесі добового обертання Землі світило  $\sigma$  переміщується вздовж добової паралелі  $\sigma d$ , усі точки якої знаходяться на однаковій відстані від астрономічного екватору, що дорівнює схиленню  $\delta$  світила. Тому схилення  $\delta$  не залежить від добового обертання небесної сфери.

Часовий кут змінюється від  $0^\circ$  до  $360^\circ$  пропорційно добовому обертанню Землі. Оскільки обертання Землі відбувається рівномірно, то й зміна часового кута відбувається рівномірно, тому часовий кут прийнято виражати в часовій мірі. Повний оберт світила на  $360^\circ$  відповідає  $24^h$ , звідси випливає, що

$1^h$  відповідає  $15^\circ$  дуги;

$1^m$  відповідає  $15'$  дуги;

$1^s$  відповідає  $15''$  дуги.

Усі розглянуті раніше системи координат пов'язані з розташуванням точки спостереження (точки земної поверхні). Внаслідок добового обертання Землі всі точки земної поверхні змінюють своє положення відносно точок навколо земного простору, а разом з ними змінює своє положення і задана ними система координат. Для усунення цього недоліку пропонується створення моделі координатної системи, яка буде займати нерухоме положення в просторі відносно точок як земної поверхні, так і навколосемного простору.

Для пояснення цієї системи координат дамо поняття про видимий річний рух Сонця. Земля обертається навколо нього за орбітою, що має вигляд еліпса. Повний оберт навколо Сонця Земля здійснює протягом одного року. Спостерігачу ж на поверхні Землі здається, що Сонце рухається відносно Землі, здійснюючи повний оберт навколо неї протягом року; тому у сферичній астрономії прийнято говорити про видимий річний рух Сонця. Перетин площини, в якій здійснюється видимий рух Сонця, з небесною сферою називають *екліптикою*.

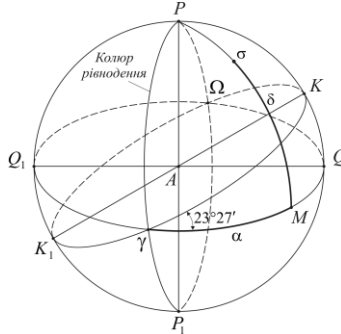
Точки перетину екватору з екліптикою називають відповідно *точками весняного та осіннього рівнодення* та позначають символами знаків сузір'їв Овна  $\Upsilon$  та Терезів  $\zeta$ , які для спрощення замінюють літерами  $\gamma$  та  $\Omega$ . У цих точках Сонце знаходиться 21 березня та 23 вересня, коли день дорівнює ночі на всій Землі.

Площина екліптики нахилена відносно площини астрономічного екватору на кут  $23^\circ 27'$ . На побудованій на рис. 6 допоміжній сфері великий круг  $K\gamma K_1\Omega$  є екліптикою.

У системі координат, що розглядається, (*другій екваторіальній системі координат*) круги, відносно яких визначається положення світила, такі: небесний екватор та круг схилення, що проходить через точку  $\gamma$  – точку перетину екватору та екліптики. У цій системі координат положення світила  $\sigma$  на небесній сфері визначається:

1) схиленням  $\delta$ ;

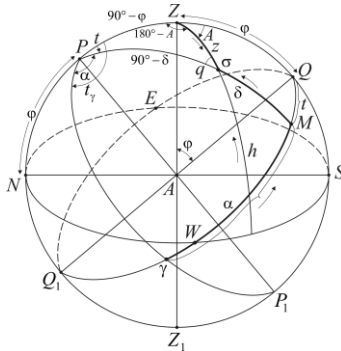
2) дугою  $\gamma M$ , що називається *прямим сходженням* і позначається  $\alpha$ .



**Рис. 6.** Друга екваторіальна система координат

Положення екватору та точки весняного рівнодення відносно світила не залежить від добового обертання небесної сфери та географічних координат точки спостереження  $A$ . Як наслідок, від цих причин не залежать і координати світила  $\alpha$  та  $\delta$ . Екваторіальні координати  $\alpha$  та  $\delta$  визначаються зі спостережень зірок на обсерваторіях і публікуються у спеціальних каталогах. В астрономічних роботах, що виконуються у польових умовах для геодезичних цілей, ці координати вважаються відомими.

Для встановлення зв'язку між розглянутими вище системами координат побудуємо на допоміжній сфері всі основні круги, що визначають положення світила у розглянутих трьох системах координат (рис. 7). Відмітимо, що кут між віссю світу  $PP_1$  та прямовисною лінією, вимірюваний дугою  $PZ$ , дорівнює  $90^\circ - \varphi$ , де  $\varphi$  – астрономічна широта точки  $A$ .



**Рис. 7.** Визначення зв'язку між небесними системами координат



**Зв'язок між горизонтною ( $z$  і  $A$ ) та першою екваторіальною ( $\delta$  та  $t$ ) системами координат**

Оскільки горизонтні координати залежать від місця спостереження, то у встановленні зв'язку між указаними координатами широту  $\varphi$  точки  $A$  слід вважати відомою.

Трикутник  $\Delta PZ\sigma$  називають *паралактичним трикутником*. Кут трикутника у світлі  $\sigma$  називають *паралактичним кутом* і позначають  $q$ .

Із трикутника  $\Delta PZ\sigma$  маємо:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (2.2)$$

$$-\sin z \cos A = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t, \quad (2.3)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t. \quad (2.4)$$

Розділивши (2.4) на (2.3), одержимо:

$$\operatorname{tg} A = -\frac{\cos \delta \sin t}{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t}. \quad (2.5)$$

Отже, формули (2.2) та (2.5) розв'язують задачу.

**Зв'язок між першою та другою екваторіальними системами координат**

Ці системи мають спільну координату  $\delta$  – схилення світила. Як наслідок, необхідно знайти лише зв'язок між  $\alpha$  та  $t$ .

Із рис. 7 маємо:

$$t_\gamma = t + \alpha, \quad (2.6)$$

де  $t_\gamma$  – часовий кут точки весняного рівнодення  $\gamma$ .

Далі буде показано, що часовий кут точки весняного рівнодення чисельно дорівнює зоряному часу  $s$  у момент спостереження в цій точці. Тому рівняння (2.6) може бути переписане так:

$$s = \alpha + t. \quad (2.7)$$

**Практична робота № 2.**

**Перетворення координат небесного світила**

**Завдання**

**Завдання 1.** Перетворення зоряного часу у часовий кут.

**Завдання 2.** Обчислення горизонтних координат світила.

**Завдання 3.** Обчислення екваторіальних координат зірки за горизонтними.

**Завдання 4.** Визначення моментів сходу та заходу зірки та їх азимутів.

**Завдання 5.** Визначення моментів кульмінацій зірки та горизонтних координат для них.

**Вихідні дані:**

1. Положення пункту спостереження  $A$ :  
астрономічна широта  $\varphi = 50^{\circ}27'27'' + 5'3'' \cdot i$ .
2. Час спостереження (у системі зоряного часу):  
 $s = 17^h 22^m 30^s + 5^s \cdot i$ .
3. Положення зірки (у системі екваторіальних координат).  
 $\alpha = 14^h 34^m 12^s + 5^s \cdot i$ ;  
 $\delta = 29^{\circ}47'42'' + 5'' \cdot i$ .

**Порядок обчислень**

**Завдання 1.** Перетворення зоряного часу у часовий кут:

$$t = s - \alpha.$$

**Завдання 2.** Обчислення горизонтних координат світила (формули (2.2) та (2.5)):

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t ;$$

$$z = \arccos[...];$$

$$\operatorname{tg} A = -\frac{\cos \delta \sin t}{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t} ;$$

$$A = \operatorname{arctg}[...].$$

Контроль обчислення координат зірки здійснюється за формулою (2.4):

$$\sin A \sin z = \cos \delta \sin t .$$

*Примітка:* якщо  $t < 12^h$ , то  $A < 180^{\circ}$ ; якщо  $t > 12^h$ , то  $A > 180^{\circ}$ .

**Завдання 3.** Обчислення екваторіальних координат зірки за горизонтними:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A ;$$

$$\delta = \arcsin[...];$$

$$\sin t = \frac{\sin A \sin z}{\cos \delta} ;$$

$$t = (\arcsin[...])^{hms};$$

$$\alpha = s - t.$$

**Завдання 4.** Визначення моментів сходу та заходу зірки та їх азимутів

У моменти сходу та заходу світило знаходиться у площині горизонту пункту спостереження. Як наслідок, для цих моментів  $z = 90^{\circ}$ . Часовий кут  $t$  і азимут світила  $A$  на цей момент обчислюють за формулами:

$$\begin{aligned}\cos t &= -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta, & t &= \arccos[\dots], \\ \cos A &= \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}, & A &= \arccos[\dots].\end{aligned}$$

Контроль обчислень:

$$\operatorname{tg} A = \sin \varphi \operatorname{tg} t.$$

Зоряний час  $s$  дорівнює:

– для моменту сходу:  $s_E = \alpha - t$ ;

– для моменту заходу:  $s_W = \alpha + t$ .

Азимути в точках сходу  $A_E$  та заходу  $A_W$  дорівнюють:

$$A_E = 360^\circ - A;$$

$$A_W = A.$$

**Завдання 5.** Визначення моментів кульмінацій зірки та горизонтних координат для них

Для точки *верхньої кульмінації* за  $0^\circ < \delta < \varphi$ :

$$t = 0^h; s = \alpha; A = 0^\circ; z = \varphi - \delta.$$

За  $\delta > \varphi$ :

$$s = \alpha; A = 180^\circ; z = \delta - \varphi.$$

Для точки *нижньої кульмінації* за  $-\varphi < \delta < 90^\circ$ :

$$t = 12^h; s = \alpha \pm 12^h; A = 180^\circ; z = 180^\circ - (\varphi + \delta).$$

### Тема 3.

## ВИМІРЮВАННЯ ЧАСУ

---

Питання про вимірювання часу відіграє важливу роль в астрономії. Горизонтні координати ( $A$  та  $z$ ) світила, а також одна з координат у першій екваторіальній системі ( $t$ ) є функціями часу та безперервно змінюються внаслідок добового обертання Землі. Тому під час визначення положення світила на небесній сфері повинен бути вказаний момент часу, до якого ці координати відносяться.

Будь-який механічний рівномірний рух (поступальний або обертний) може бути використаний для вимірювання часу. Життя людей тісно пов'язане з добовим обертанням Землі. Протяжність одного оберту Землі навколо осі називають *добою*. Тривалий час цей еталон вимірювання часу вважався величиною сталою. Для вимірювання значніших проміжків часу використовують видимий *річний* рух Сонця навколо Землі. Проміжок часу, протягом якого Сонце у своєму видимому річному русі здійснює повний оберт навколо Землі та повертається у вихідне положення відносно зірок, називається *зоряним роком*. Проміжок часу між послідовними проходженнями Сонця через точку весняного рівнодення називається *тропічним роком*. Унаслідок прецесійного руху точки весняного рівнодення тропічний рік приблизно на  $20^m$  є коротшим за зоряний рік.

Оскільки всякий рух є відносним, обидва види руху Землі – добовий і річний – можна спостерігати лише відносно інших небесних тіл або точок, розташованих поза Землею, та які не беруть участі в її русі. Як точки, відносно яких відлічуються оберти Землі навколо осі, береться точка весняного рівнодення, центр істинного Сонця (центр того сонячного диску, який ми бачимо на небесній сфері) та середнє екваторіальне Сонце (фіктивна точка, що рівномірно рухається по екватору зі швидкістю, яка дорівнює середній швидкості руху істинного Сонця по екліптиці).

Час оберту Землі навколо осі відносно точки весняного рівнодення та відносно Сонця різний: проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця, приблизно на  $4^m$  більший, ніж проміжок часу, протягом якого вона робить повний оберт відносно точки весняного рівнодення. Причиною цього є видимий річний рух Сонця по екліптиці, який здійснюється у напрямку, зворотному добовому обертанню небесної сфери.

Час, що минув від початку зоряної доби до будь-якого іншого моменту, визначеного положенням точки весняного рівнодення, має назву *місцевого зоряного часу* та позначається  $s$ . Як наслідок,

$$s = t_{\gamma}, \quad (3.1)$$

тобто *зоряний час чисельно дорівнює часовому куту точки весняного рівнодення, вираженому годинниковою мірою*.

Точка весняного рівнодення на небосхилі нічим не відмічена та безпосередньому спостереженню недоступна. Однак, звернувшись до рис. 7, можна побачити, що, якщо зі спостережень у будь-який момент часу визначити часовий кут  $t$  зірки  $\sigma$  з відомим прямим сходженням  $\alpha$ , то сума цих величин дасть часовий кут точки весняного рівнодення  $t_{\gamma}$  у поданому пункті, що відповідає цьому моменту часу, тобто:

$$t_{\gamma} = \alpha + t. \quad (3.2)$$

Значить, у *будь-якій точці земної поверхні зоряний час у будь-який момент чисельно дорівнює сумі прямого сходження та часового кута світила*.

У момент верхньої кульмінації світила його часовий кут  $t = 0$  та, як наслідок:

$$S = \alpha, \quad (3.3)$$

тобто *в момент верхньої кульмінації світила зоряний час чисельно дорівнює його прямому сходженню*.

Зоряна доба є основною одиницею вимірювання часу в астрономії. Зоряний час зручний для використання його в астрономічних спостереженнях і розв'язаннях різних наукових задач. Однак користуватися зоряним часом у повсякденні незручно, оскільки початок зоряної доби, тобто  $0^h$  зоряного часу, припадає на різні моменти сонячної доби та буває то вдень, то вночі. Причиною цього є видимий річний рух Сонця екліптикою.

Оскільки весь розпорядок життя людей узгоджується з видимим положенням Сонця на небесній сфері, в основі вимірювання часу в повсякденні покладено вимірювання часу за Сонцем. При цьому за точку, відносно якої відлічуються оберти Землі навколо осі, береться центр сонячного диска. Цю точку зазвичай називають *істинним Сонцем*. Момент верхньої кульмінації центра Сонця називають *істинним полуднем*, момент нижньої – *істинною північчю*. За початок істинної сонячної доби береться істинна опівночі, тобто момент нижньої кульмінації центра Сонця на меридіані цього пункту. У цей момент істинний час дорівнює  $0^h$ , а часовий кут істинного Сонця –  $12^h$ .

Проміжок часу між істинними півночами називається *істинною сонячною добою*. Істинна сонячна доба поділяється на 24 істинні години, істинна година містить 60 істинних хвилин, істинна хвилинка – 60

істинних секунд. Час, що пройшов від істинної півночі, тобто від  $0^h$  істинного сонячного часу, до якого-небудь іншого моменту, виражений в істинних годинах, хвилинах і секундах, називається *місцевим істинним сонячним часом* і позначається  $t_{\text{соняч.}}$ .

Однак, користуватися істинним сонячним часом у повсякденні незручно, оскільки внаслідок нерівномірності руху істинного Сонця за екліптикою та нахилу екватора до екліптики часові кути істинного Сонця змінюються непропорційно часу. Протяжність істинної доби та, як наслідок, істинних годин, хвилин і секунд протягом року змінюється. Щоб позбутися цього дефекту системи вимірювання за Сонцем, була введена система вимірювання часу за середнім екваторіальним Сонцем. Уявимо собі точку, яка рівномірно рухається по екватору. Ця фіктивна точка має назву *середнього екваторіального Сонця*.

Положення середнього екваторіального Сонця може бути легко визначено, оскільки у будь-який момент часу його пряме сходження дорівнює середній довготі істинного Сонця:

$$(\alpha_{\text{сер.екв.}})_{\text{соняч.}} = (l_{\text{соняч.}})_{\text{сер.}} \quad (3.4)$$

Час, що минув від початку середньої сонячної доби до будь-якого іншого моменту, називається *середнім сонячним часом* і позначається  $t$ .

Гринвіцький середній час, відлічуваний від півночі, називають *всесвітнім* або *світовим* і позначають  $M$ .

Для астрономічних робіт велике значення мають формули, які є наслідком теореми, що встановлює зв'язок між різницею довгот пунктів земної поверхні та різницею часових кутів світила, яке з цих же пунктів спостерігається в один і той же фізичний момент часу. На основі цієї теореми довгота пункту від Гринвіча ( $\lambda$ ) дорівнює різниці однойменних часів (зоряних, істинних, середніх), визначених в один і той же фізичний момент часу на Гринвічі та у визначуваному пункті:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_E &= s - S \\ \lambda_E &= t_{\text{соняч.}} - M_{\text{соняч.}} \\ \lambda_E &= t - M \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Тут великими літерами  $S$ ,  $M_{\text{соняч.}}$ ,  $M$  позначено відповідно зоряний, істинний сонячний і середній гринвіцький час,  $\lambda_E$  – довгота пункту, що знаходиться на схід від Гринвіча.

У пунктах земної поверхні, розташованих на захід від гринвіцького меридіану, місцевий час менше гринвіцького, і формули набудуть такого виду:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_W &= S - s \\ \lambda_W &= M_{\text{соняч.}} - m_{\text{соняч.}} \\ \lambda_W &= M - m \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

За встановлення системи зоряного та сонячного (істинного, середнього) часу передбачалось, що добове обертання Землі, а значить, і видиме добове обертання небесної сфери, здійснюється рівномірно. Однак, у середині ХХ ст. було доведено, що швидкість обертання Землі змінюється, внаслідок чого змінюється й протяжність доби, визначеної як період обертання Землі навколо осі.

У 1956 р. Міжнародне бюро мір та ваг прийняло постанову користуватися для вимірювання часу іншим, більш сталим еталоном – періодом обертання Землі навколо Сонця – і за основну одиницю вимірювання часу була прийнята  $\frac{1}{31556925,9747}$  частина тропічного року для 1900 р. січень 0. Ця одиниця була названа *ефемеридною секундою*, а час, покладений в основу гравітаційної теорії руху тіл сонячної системи, тобто аргумент, що є незалежною змінною диференціальних рівнянь руху небесних тіл сонячної системи, має назву *ефемеридного часу*.

З 1960 р. в Астрономічному щорічнику (АЩ) ефемериди Сонця, Місяця та планет даються за аргументом ефемеридного часу. Міра ефемеридного часу визначена рухом Землі по геліоцентричній орбіті. Відтворення ефемеридної одиниці часу та шкали, що відповідає цій одиниці, здійснюється через середній сонячний час  $M$  і поправки до нього, визначеної зі спеціальних астрономічних спостережень Місяця шляхом порівняння теоретично обчислених і спостережуваних координат Місяця.

Якщо ефемеридний час позначити  $ET$ , то:

$$ET = M + \Delta T. \quad (3.7)$$

Радикальний розв'язок задачі встановлення одиниці вимірювання часу, сталість і відтворення якої відповідали б сучасним вимогам метрології, був винайдений у процесах мікросвіту. Система *атомного часу* ґрунтується на процесі електромагнітних коливань, пов'язаних із випромінюванням або поглинанням атомами або молекулами деяких речовин при переході їх із одного енергетичного стану в інший. Резонансна частота, що генерується атомно-молекулярними системами майже не залежить від зовнішніх умов. Це забезпечує високу стабільність і відтворення таких систем.

Необхідні для опрацювання астрономічних спостережень величини (екваторіальні та екліптичні координати Сонця, радіус Сонця та ін.)

даються в АЩ для  $0^h$  ефемеридного часу для кожного дня року, тобто табличний інтервал дорівнює добі. Оскільки зміни цих величин як функцій часу відбуваються нелінійно, просте (лінійне) інтерполювання їх застосовуване бути не може. Для знаходження значень вказаних величин із АЩ застосовується інтерполювання з часовими змінами. Замість табличних різниць  $\Delta$  в АЩ даються зміни цих величин за проміжок часу, що дорівнює одній годині, тобто часові зміни. Часовою зміною  $v$  функції  $f(t)$  називається часова швидкість зміни функції для поданого моменту часу  $t$ . Значення функції для моменту  $t$ , що є проміжним між двома табличними моментами  $t_0$  та  $t_1$ , знаходиться за формулою:

$$f(t) = f(t_0) + vh, \quad (3.8)$$

де під  $h$  розуміють проміжок інтерполювання  $(t - t_0)$ , виражений у годинах та їх долях, тобто:

$$h = (t - t_0)^h,$$

де  $v$  – середня часова зміна функції, що дорівнює середній часовій швидкості зміни функції на інтервалі  $t - t_0$ .

Середня часова зміна  $v$  знаходиться за формулою лінійного інтерполювання із припущення, що не сама функція, а лише її часова зміна змінюється між двома суміжними табличними моментами лінійно.

Як наслідок, середня часова зміна  $v$  для інтервалу  $t - t_0$  дорівнює:

$$v = \frac{1}{2}(v_0 + v_t),$$

де  $v_t$  – часова зміна функції для моменту  $t$ , а  $v_0$  – часова зміна функції для попереднього табличного моменту.

В АЩ інтервал між двома суміжними табличними моментами зазвичай дорівнює добі, тобто  $t - t_0 = 24^h$  (табличний інтервал). Таким чином,  $v_t$  у припущенні, що часові зміни функції між табличними моментами змінюється лінійно, знайдеться за формулою:

$$v_t = v_0 + \frac{(v_1 - v_0)}{24}(t - t_0) = v_0 + \frac{Dh}{24}. \quad (3.9)$$

Тут через  $D$  позначена різниця між часовими змінами  $v_1$  і  $v_0$  відповідно для наступної  $t_1$  і попередньої  $t_0$  табличних дат:

$$D = v_1 - v_0.$$

Остаточню маємо:

$$v = v_0 + \frac{Dh}{48}. \quad (3.10)$$

Знайдене за формулою (3.10) значення середньої часової зміни  $v$  підставляємо у формулу (3.8) і знаходимо шукане значення функції  $f(t)$  для моменту  $t$ .



Внаслідок обертання Землі навколо Сонця зоряна доба є коротшою за середню добу приблизно на 4 хвилини. Ці чотири хвилини накопичуючись призводять до того, що протягом одного тропічного року точка весняного рівнодення  $\gamma$  буде кульмінувати на меридіані будь-якого пункту на один раз більше, ніж середнє Сонце. Як наслідок, у тропічному році зоряних діб буде на одну добу більше, ніж середніх, тобто 365,2422 середніх сонячних діб дорівнює 366,2422 зоряних діб. Звідси:

одна середня сонячна доба =  $\frac{366,2422}{365,2422}$  зоряних діб або середня сонячна доба =  $(1 + \mu)$  зоряної доби, де:

$$\mu = \frac{1}{365,2422} = 0,00273791$$

Якщо задано проміжок часу, виражений у зоряних одиницях, то для переведення його у середні одиниці користуються формулою:

$$\bar{m} = \bar{s}(1 - \nu) = \bar{s} - \bar{s}\nu, \quad (3.11)$$

де  $\nu = \frac{1}{366,2422} = 0,0027304336$ .

Добуток  $\bar{s}\nu$  називають *редукцією за перехід від зоряних одиниць до середніх*.

Для обчислення редукцій  $\bar{m}\mu$  та  $\bar{s}\nu$  зручно користуватися відповідними таблицями АЩ, у якому вони дані за аргументами відповідно середнього та зоряного часу.

### **Практична робота № 3. Системи вимірювання часу**

#### **Завдання 1. Перехід від сонячного часу до зоряного часу.**

Визначити момент місцевого зоряного часу в пункті спостереження.

#### **Завдання 2. Інтерполявання з часовими змінами.**

Визначити екваторіальні координати Сонця на заданий момент часу в пункті спостереження.

#### **Вихідні дані:**

1. Положення пункту спостереження  $A$ : астрономічна довгота:

$$\lambda = 30^{\circ}32'30'' + 5'' \cdot i.$$

2. Дата та час спостереження (у системі місцевого цивільного часу):

$$\text{дата: } 2 \text{ вересня} + 1 \text{ доба } i,$$

$$\text{час: } m = 17^{\text{h}}22^{\text{m}}30^{\text{s}} + 5^{\text{s}} \cdot i.$$

Примітка: цивільний час – середній сонячний час із початком доби опівночі.

3. Положення Сонця (в системі екваторіальних координат).

Визначається за даними Астрономічного щорічника з таблиць «Сонце».

4. Часові зміни заданих функцій.

Визначається за даними Астрономічного щорічника з таблиць «Сонце».

5. Зоряний час на Гринвічі на дату спостереження.

Визначається за даними Астрономічного щорічника з таблиць «Зоряний час»

6. Коефіцієнти переходу від сонячного часу до зоряного  $\mu$  та від зоряного до сонячного  $\nu$ :

$$\mu = \frac{1}{365,2422} = 0,00274; \nu = \frac{1}{366,2422} = 0,00273.$$

7. Поправка за перехід від ефемеридного до всесвітнього часу  $\Delta T$  (визначається за даними Астрономічного щорічника).

### **Порядок обчислень**

**Завдання 1.** Перехід від сонячного часу до зоряного часу.

1. Із таблиць «Зоряний час» Астрономічного щорічника виписують значення середнього зоряного часу  $S_0$  на дату спостереження.

2. Перевести час моменту спостереження від місцевої системи часу  $t$  для пункту спостереження до системи всесвітнього часу  $M$ :

$$M = t - \lambda_E.$$

3. За допомогою коефіцієнта переходу від сонячного часу до зоряного  $\mu$  обчислюють добутки  $\mu\lambda$ ,  $\mu t$ ,  $\mu \cdot M$ .

4. Обчислити значення місцевого зоряного часу  $S_0$ :

$$s_0 = S_0 \pm \lambda\mu \Big|_E^W.$$

5. Визначити момент зоряного гринвіцького часу  $S$ , якому відповідає заданий момент всесвітнього часу  $M$ :

$$S = S_0 + M + M\mu.$$

6. Обчислити час моменту спостереження  $s$  у системі зоряного часу за двома схемами переходу згідно з формулами:

$$s = s_0 + m + m\mu,$$

$$s = S \pm \lambda \Big|_W^E.$$

Провести контроль обчислень.

**Завдання 2.** Інтерполювання з часовими змінами.

1. Скориставшись збірником «Астрономічний щорічник» із таблиць «Сонце», виписують видимі екваторіальні координати Сонця схилення  $\delta_0$  та пряме сходження  $\alpha_0$  на задану дату спостережень.

2. Із таблиць «Сонце» виписують часові зміни, що відповідають заданим величинам, на дату спостережень  $v_0$  та наступну табличну дату  $v_1$ .

3. Обчислюють різниці між часовими змінами  $D$  для заданих величин. При цьому для схилення різницю визначають:

$$D^\delta = v_1^\delta - v_0^\delta.$$

Часові зміни прямого сходження Сонця напряму в таблицях не задані. Вони обчислюються за формулою:

$$v^\alpha = 9,856^S - v_E,$$

де  $9,856^S$  – стале число, що дорівнює часовій зміні прямого сходження середнього екваторіального Сонця;  $v_E$  – часова зміна рівняння часу (дається в таблицях).

Різниця  $D$  для величини прямого сходження визначається:

$$D^\alpha = v_1^\alpha - v_0^\alpha.$$

4. Визначається проміжок інтерполювання та відповідний йому множник  $h$ .

$$h = (ET)^h,$$

$$ET = (m - \lambda) + \Delta T,$$

де  $ET$  – ефемеридний час;  $\Delta T$  – поправка за перехід від ефемеридного до всесвітнього часу, яка визначається зі спостережень Місяця (наближене значення публікується в Астрономічних щорічниках).

Примітка: в усіх подальших розрахунках, які виконуються за допомогою обчислювальної техніки, множник  $h$  слід використовувати як безрозмірну величину.

5. Обчислюють значення часових змін до заданих функцій (екваторіальних координат Сонця):

$$v_\delta = v_0^\delta + \frac{D^\delta \cdot h}{48},$$

$$v_\alpha = v_0^\alpha + \frac{D^\alpha \cdot h}{48}.$$

6. Виконують обчислення координат Сонця на заданий момент часу:

$$\delta = \delta_0 + h \cdot v_\delta,$$

$$\alpha = \alpha_0 + h \cdot v_\alpha.$$

## Тема 4.

# СИСТЕМИ КООРДИНАТ СУПУТНИКОВОЇ ГЕОДЕЗІЇ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ МІЖ НИМИ

---

Космічна (супутникова) геодезія розвивається на перетині різних наук – геодезії, астрономії, вищої геодезії, картографії. Як було зазначено, у космічній геодезії для визначення положення точки на поверхні еліпсоїда та навколосемному просторі використовують значну кількість систем координат, які відрізняються між собою за різними ознаками. Тому їх потрібно класифікувати в струнку систему. Основними ознаками, за якими відбувається розподіл координатних систем, є: вид системи координат, розташування початку відліку, орієнтування основних відлікових площин та ліній.

Рішення задач супутникової геодезії засновано на реалізації певних математичних залежностей між координатами ШСЗ і координатами станцій спостереження. Найпростіший вигляд ці залежності мають, якщо вони задані в прямокутних координатах.

Теорія руху ШСЗ завжди будується в геоцентричній інерціальній системі координат, у цій же системі попередньо обчислюють теоретичні координати супутників.

Перехід від гринвіцьких прямокутних координат, зв'язаних з референс-еліпсоїдом, до інерціальної геоцентричної системи координат здійснюється на основі відомого співвідношення паралельного перенесення і повороту системи, оскільки початкові точки цих координатних систем не збігаються і відповідні осі непаралельні (рис. 8).

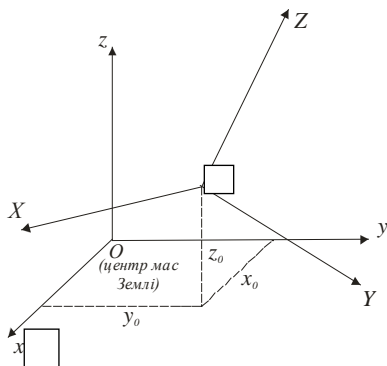


Рис. 8. Прямокутні просторові системи координат

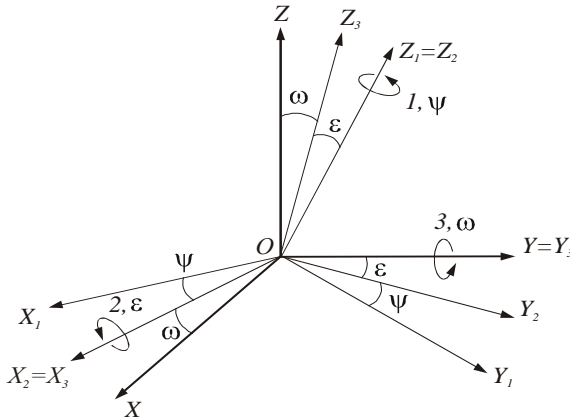
Формули, що відображають цей перехід, мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + X \cos(X; x) + Y \cos(Y; x) + Z \cos(Z; x); \\ y &= y_0 + X \cos(X; y) + Y \cos(Y; y) + Z \cos(Z; y); \\ z &= z_0 + X \cos(X; z) + Y \cos(Y; z) + Z \cos(Z; z); \end{aligned} \quad (4.1)$$

де  $x_0, y_0, z_0$  – координати центра референц-еліпсоїда в геоцентричній інерціальній системі координат.

У формулах (4.1) лише три кути з дев'яти є незалежними, а тому шість кутів, що залишились, можна виразити через відомі три. Для цього найкраще застосовуються так звані кути Ейлера.

Позначивши їх  $\psi, \varepsilon, \omega$ , визначимо так, припускаючи, що початки координат двох систем збігаються (рис. 9).



**Рис. 9.** «Ейлерові кути» і загальний поворот

Якщо виконати поворот системи за допомогою кутів Ейлера, враховуючи, що ці кути малі (не перевищують декількох дугових секунд), то це перетворення буде мати вигляд:

$$\bar{r} = \Delta \bar{R} + \Pi \times \bar{R}, \quad (4.2)$$

де  $\bar{r}$  – радіус-вектор точки в системі  $x, y, z$ ;

$\bar{R}$  – радіус-вектор цієї точки в системі координат  $X, Y, Z$ ;

$\Delta \bar{R}$  – вектор, що пов'язує початок координат двох систем (вектор зсуву системи);

$\Pi$  – матриця перетворення.

Якщо спроектувати векторне рівняння (4.2) на координатні осі, то отримують рівняння, аналогічні (4.1):

$$\begin{aligned}x &= x_0 + X + \psi Y - \omega Z ; \\y &= y_0 + Y - \psi X + \varepsilon Z ; \\z &= z_0 + Z + \omega X - \varepsilon Y .\end{aligned}\tag{4.3}$$

Формули (4.3) дають можливість здійснити перехід від прямокутних гринвіцьких координат до геоцентричних, якщо відомі кути Ейлера, та взаємне положення початку координат двох систем: гринвіцької та інерціальної.

Спостереження ШСЗ проводяться з поверхні Землі, тому спостережені координати супутників отримують у так званій топоцентричній системі координат, початок якої знаходиться на поверхні Землі в пункті спостережень. Як спостережені координати найчастіше бувають сферичні координати  $\bar{r}', \alpha', \delta'$ . Зв'язок між прямокутними і сферичними координатами виражаються залежностями:

– для топоцентричних координат:

$$\begin{aligned}x' &= \bar{r}' \cos \delta' \cos \alpha' ; \\y' &= \bar{r}' \cos \delta' \sin \alpha' ; \\z' &= \bar{r}' \sin \delta' ,\end{aligned}\tag{4.4}$$

– для геоцентричних:

$$\begin{aligned}x &= \bar{r} \cos \delta \cos \alpha ; \\y &= \bar{r} \cos \delta \sin \alpha ; \\z &= \bar{r} \sin \delta .\end{aligned}\tag{4.5}$$

Обов'язковою умовою спостереження ШСЗ є фіксування моменту спостереження, тобто вимірювання часу. Вихідною системою вимірювання часу, що застосовується в супутниковій геодезії, є система все-світнього часу – система середнього сонячного часу на гринвіцькому меридіані *UT0*.

Часовий кут світила  $t$  відраховується по дузі небесного екватора в напрямку добового обертання небесної сфери від верхньої точки екватора  $\Theta$  на захід (від  $0^h$  до  $24^h$ ). *Місцевий зоряний час* на той момент дорівнює:

$$s = \alpha + t.\tag{4.6}$$

*Гринвіцький зоряний час*  $S$  на цей момент дорівнює:

$$S = s - \lambda,\tag{4.7}$$

а *всесвітній (сонячний) час*:

$$UT0 = (S - S_0) - (S - S_0)v,\tag{4.8}$$

де  $S_0$  – зоряний час гринвіцької опівночі;

$v$  – коефіцієнт переходу від зоряного часу до середнього сонячного ( $v = 1/366,2422$ ).

**Практична робота № 4.**  
**Обчислення геоцентричних координат ШСЗ**  
**за його топоцентричними координатами**

З пункту на земній поверхні, який має координати  $B, L, H$ , у момент всесвітнього часу  $UT0$  визначені топоцентричні координати ШСЗ  $\bar{r}', \alpha', \delta'$ .

Необхідно знайти геоцентричні прямокутні та сферичні координати ШСЗ.

**Вихідні дані**

За варіантом, що задається викладачем, визначаються такі величини:

$$H = 200 \text{ м} + 1 \text{ м} \cdot i;$$
$$\bar{r}' = 812000 \text{ м} + 100 \text{ м} \cdot i,$$

де  $i$  – номер варіанта.

Геодезичні координати пункту спостереження та результати спостережень ШСЗ для всіх варіантів однакові:

$$B = 46^\circ 58' 28,17'', L = 41^\circ 54' 56,22''$$
$$\alpha' = 18^h 46^m 37,27^s, \delta' = 38^\circ 06' 37,24''.$$

Під час виконання обчислень використати значення кутів Ейлера:

$$\varepsilon = 2,2'', \Psi = 1,91'', \omega = 1,49''.$$

Середній сонячний час на Гринвіцькому меридіані  $UT0 = 20^h 39^m, 57,73^s$ .

Зоряний час гринвіцької опівночі:

$$S_0 = 16^h 37^m, 02,0^s + 0,01 \cdot i.$$

**Порядок обчислень**

1. Визначення прямокутних координат пункту спостереження  $X, Y, Z$ :

$$X = (N + H) \cos B \cos L;$$

$$Y = (N + H) \cos B \sin L;$$

$$Z = [N(1 - e^2) + H] \sin B,$$

де  $a$  – велика піввісь референц-еліпсоїда;  $e$  – ексцентриситет меридіанного еліпса;  $N$  – радіус кривини першого вертикала, що обчислюється за формулою:

$$N = a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-1/2}.$$

2. Обчислення прямокутних координат пункту в інерціальній системі координат:

$$x_{\Pi} = X + \Psi Y - \omega Z;$$

$$y_{\Pi} = Y + \Psi X - \varepsilon Z;$$

$$z_{\Pi} = Z + \omega X - \varepsilon Y.$$

3. Обчислення топоцентричних прямокутних координат супутника:

$$x'_C = \bar{r}' \cos \delta' \cos(\alpha' - S);$$

$$y'_C = \bar{r}' \cos \delta' \sin(\alpha' - S);$$

$$z'_C = \bar{r}' \sin \delta',$$

де  $S = UT0 + S_0$ .

Обчислення геоцентричних прямокутних координат ШСЗ:

$$x_C = x_{II} + x'_C,$$

$$y_C = y_{II} + y'_C,$$

$$z_C = z_{II} + z'_C,$$

4. Визначення сферичних координат супутника:

$$\operatorname{tg}(\alpha - S) = \frac{y_C}{x_C}; \operatorname{tg} \delta = \frac{z_C}{\sqrt{x_C^2 + y_C^2}}; \bar{r} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 + z_C^2}.$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}(\alpha - S) + S;$$

$$\delta = \operatorname{arctg} \delta.$$



## Тема 5. НЕЗБУРЕНИЙ РУХ ШСЗ

Рух у навколосемному просторі визначається рядом факторів, до яких належать: притягання Землі, Місяця, Сонця та інших планет сонячної системи, атмосферне гальмування, світловий тиск, дія магнітного поля Землі та ін. З перерахованих факторів притягання Землі є головним, а всі інші мають другорядний характер.

Якщо припустити, що Земля є строго сферичною з рівномірним розподіленням густини мас, тоді її потенціал збігався би з потенціалом матеріальної точки, маса якої дорівнює масі Землі. Тоді за відсутності вищеперерахованих факторів ШСЗ рухався б строго за законами Кеплера.

Рух, що підкоряється законам Кеплера, називається *незбуреним*. Незбурений рух ШСЗ по орбіті характеризується такими її елементами: великою піввіссю  $a$  (визначає розмір орбіти); її ексцентриситетом  $e$  (визначає форму орбіти); кутом нахилу  $i$  площини орбіти до площини земного екватора та довготою висхідного вузла  $\Omega$  (визначають орієнтування площини орбіти в просторі); аргументом перицентра  $\omega$  і часом проходження ШСЗ через перицентр  $\tau$  або істинною аномалією  $\nu$  (визначають положення ШСЗ на орбіті) (рис. 10).

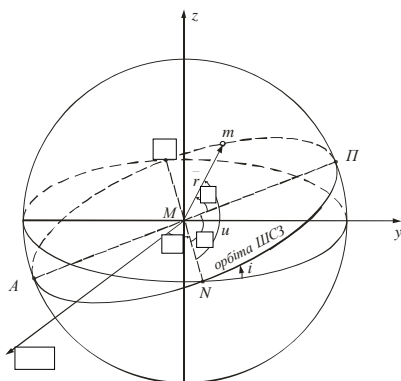


Рис. 10. Елементи орбіти супутника

Найближча до Землі точка орбіти ШСЗ називається перицентром  $P$ , найбільш віддалена – апоцентром  $A$ . Обидві точки – перицентр і апоцентр називаються *апсидами*, а лінія, що їх з'єднує, – *лінією апсид*.

Точка  $N$ , в якій орбіта ШСЗ перетинає площину екватора під час переходу ШСЗ з південної півсфери в північну, називається висхідним вузлом орбіти. Точка  $N'$ , в якій орбіта ШСЗ перетинає площину екватора у процесі переходу з північної півсфери в південну, називається спадним вузлом орбіти. Лінія, що з'єднує обидва вузли, називається лінією вузлів. Кут між напрямком у точку весняного рівнодення і лінією вузлів називається *довготою висхідного вузла* –  $\Omega$ .

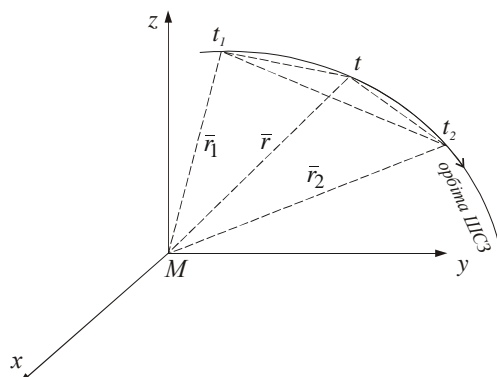
Кут між площиною орбіти та площиною екватора має назву кута нахилу орбіти –  $i$ .

Кут між лінією вузлів та лінією апсид називається *аргументом перицентра* –  $\omega$ .

Кут між радіусом-вектором ШСЗ і лінією апсид називається *істинною аномалією*  $v$ . Іноді для характеристики орбіти використовують двогранний кут  $u = \omega + v$ , що називається *аргументом широти*.

Для характеристики орбіти ШСЗ використовують так звану *середню аномалію*  $M$ . Середня аномалія визначається як кут між лінією апсид і напрямком у точку очікуваного положення ШСЗ на круговій орбіті, радіус якої дорівнює великій півосі. При цьому вважають, що рух ШСЗ відбувається з постійною середньою швидкістю («середнім рухом»), що дорівнює  $n = 360^\circ / T$ , де  $T$  – *період обертання ШСЗ*.

Зазвичай для визначення елементів, що задають орбіту супутника, з одного або декількох пунктів виконують як можна більшу кількість спостережень ШСЗ (рис. 11). Спостереження виконують із пунктів земної поверхні з відомими геоцентричними координатами в інерціальній системі ( $x; y; z$ ).



**Рис. 11.** Взаємне розташування трикутників, утворених радіус-векторами орбіти та стягуючими їх хордами

**Практична робота № 5.  
Обчислення елементів незбуреної орбіти ШСЗ**

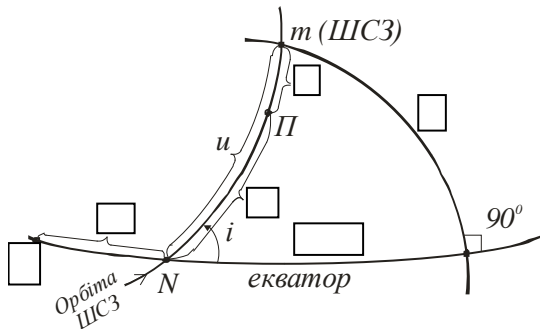
Припускають, що з фотографічних та лазерних спостережень отримані компоненти двох топоцентричних радіусів-векторів ШСЗ. За цими вихідними даними знаходять геоцентричні радіус-вектори ШСЗ (такий перехід для одного з визначень здійснений під час виконання практичної роботи № 4). Цим спостереженням присвоюють індекси 1 і 2.

**Вихідними даними є:**

- $\bar{r}_1, \alpha_1, \delta_1$  у момент часу  $S_1$  (ці значення вибираються з рішення практичної роботи № 4);
  - $\bar{r}_2 = \bar{r}_1 + 200 \text{ км} + i \text{ (км)}$ ;
  - $\alpha_2 = \alpha_1 + 2^h 40^m 00^s + i^s$ ;
  - $\delta_2 = \delta_1 + 10^\circ 00' 00'' + i''$  у момент часу  $S_2$ ;
  - $S_2 = S_1 + 7^m 00^s$ ,
- де  $i$  – номер варіанта;

$$\mu = 3,986005 \cdot 10^5 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2} = 398600,5 \cdot 10^9 \frac{\text{М}^3}{\text{с}^2} \quad (\text{для Нормальної Землі GRS-80}).$$

Знайти елементи незбуреного руху ШСЗ за формулами (5.1) – (5.9).



**Рис. 12.** Зв'язок геоцентричних координат  $\alpha, \delta$  із елементами орбіти

Із вирішення прямокутного сферичного трикутника (рис. 12) «вузол орбіти – ШСЗ – проєкція ШСЗ на екватор» знаходять:

1. Довготу висхідного вузла:

$$\Omega = \alpha_1 - \text{arctg} \left[ \frac{\text{tg } \delta_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{\text{tg } \delta_2 - \text{tg } \delta_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)} \right]. \quad (5.1)$$

2. Нахил орбіти:

$$i_{1(2)} = \arctg[\operatorname{tg} \delta_{1(2)} \operatorname{cosec}(\alpha_{1(2)} - \Omega)], \quad (5.2)$$

де  $I(2)$  – моменти часу спостережень.

3. Аргумент широти:

$$\cos u_{1(2)} = \cos \delta_{1(2)} \cos(\alpha_{1(2)} - \Omega). \quad (5.3)$$

4. Фокальний параметр:

$$p = \frac{[\bar{r}_1 \bar{r}_2 \sin(u_2 - u_1)]^2}{\mu(S_2 - S_1)^2}. \quad (5.4)$$

5. Істинну аномалію:

$$\operatorname{tg} v_1 = \frac{\frac{p - \bar{r}_1}{\bar{r}_1} \cos(u_2 - u_1) - \frac{p - \bar{r}_2}{\bar{r}_2}}{\frac{p - \bar{r}_1}{\bar{r}_1} \sin(u_2 - u_1)}; \quad (5.5)$$

$$v_2 = v_1 + (u_2 - u_1).$$

6. Ексцентриситет, велику піввісь, середній рух:

$$e = \frac{p - \bar{r}_1}{\bar{r}_1 \cos v_1} = \frac{p - \bar{r}_2}{\bar{r}_2 \cos v_2}; \quad a = \frac{p}{1 - e^2}; \quad n = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}. \quad (5.6)$$

7. Аргумент перицентра:

$$\omega = u_1 - v_1 = u_2 - v_2. \quad (5.7)$$

8. Ексцентричну аномалію:

$$\operatorname{tg} \frac{E_{1(2)}}{2} = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \operatorname{tg} \frac{v_{1(2)}}{2}. \quad (5.8)$$

9. Момент проходження ШСЗ через перицентр:

$$\tau_{1(2)} = S_{1(2)} - \frac{1}{n} (E_{1(2)} - e \sin E_{1(2)}). \quad (5.9)$$

Обчислюють початкове значення середньої аномалії на епоху  $t_0$ :

$$M_0 = n(S_0 - \tau), \quad (5.10)$$

де  $S_0 = \frac{S_1 + S_2}{2}$ .

### Практична робота № 6. Обчислення незбуреної ефемериди ШСЗ

Задача обчислення координат ШСЗ та компонентів швидкості на деякий момент часу  $t$  за заданими елементами орбіти  $\Omega$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $a$ ,  $e$ ,  $\tau$  у

небесній механіці вирішується в багатьох випадках як частина загальної задачі обчислення *ефемериди ШСЗ*, під якою розуміють *таблицю значень видимих координат небесного тіла на задані моменти часу*. В цьому випадку, крім елементів орбіти та моменту часу, зазвичай задають ще й координати пункту на земній поверхні, з якого ведуть спостереження.

**Вихідні дані:**

- 1) координати деякого пункту на земній поверхні в геоцентричній інерціальній системі координат  $x_{II}, y_{II}, z_{II}$  (з практичної роботи № 4);
- 2) елементи орбіти (з практичної роботи № 5);
- 3) момент часу  $t = 1^h 51^m, 31,982^s + 10,00^s \cdot i$  у системі всесвітнього часу, момент проходження через перицентр  $\tau = 1^h 24^m, 29,321^s$ .

Знайти: топоцентричні координати  $\alpha', \delta', r'$  на момент всесвітнього часу  $t$ .

*Примітка:* для визначення ексцентричної аномалії рівняння Кеплера вирішується методом послідовних наближень.

**Порядок обчислень**

1. Знаходять середню аномалію  $M$  на заданий момент часу:

$$M = n(t - \tau). \tag{5.11}$$

2. Знаходять ексцентричну аномалію  $E$  (шляхом вирішення рівняння Кеплера):

$$E - e \sin E = M. \tag{5.12}$$

Рівняння Кеплера вирішують методом послідовних наближень. Якщо задано момент часу  $t$ , а також  $\tau$  і  $a$ , то, прийнявши у нульовому наближенні  $E_0 = M$ , визначають ексцентричну аномалію у першому, другому, третьому та четвертому наближеннях:

$$E_1 = M + e \sin M + \frac{1}{2} e^2 \sin 2M;$$

$$M_1 = E_1 - e \sin E_1;$$

$$\Delta E_1 = \frac{M - M_1}{1 - e \cos E_1};$$

$$E_2 = E_1 + \Delta E_1;$$

$$M_2 = E_2 - e \sin E_2;$$

$$\Delta E_2 = \frac{M - M_2}{1 - e \cos E_2};$$

$$\Delta E_2 = \frac{M - M_2}{1 - e \cos E_2};$$

$$E_3 = E_2 + \Delta E_2;$$

$$M_3 = E_3 - e \sin E_3;$$

$$\Delta E_3 = \frac{M - M_3}{1 - e \cos E_3};$$

$$E_4 = E_3 + \Delta E_3.$$

Контроль:  $E = M + e \sin E_4$

3. Обчислюють значення істинної аномалії:

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}. \quad (5.13)$$

4. Обчислюють аргумент широти:

$$u = \omega + v. \quad (5.14)$$

5. Визначають радіус-вектор:

$$\bar{r} = a(1 - e \cos E). \quad (5.18)$$

6. Визначають геоцентричні прямокутні координати  $x$ ,  $y$ ,  $z$  супутника, використовуючи формули (3.6).

$$\left. \begin{aligned} x &= \bar{r}(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) \\ y &= \bar{r}(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) \\ z &= \bar{r} \sin u \sin i \end{aligned} \right\}. \quad (5.16)$$

Контроль обчислень:  $\bar{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

7. Знаходять топоцентричні прямокутні координати супутника:

$$x' = x - x_{\Pi}; \quad y' = y - y_{\Pi}; \quad z' = z - z_{\Pi}. \quad (5.17)$$

8. Також визначають топоцентричні екваторіальні координати супутника та топоцентричний радіус-вектор:

$$\bar{r}' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{y'}{x'}; \quad \operatorname{tg} \delta' = \frac{z'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}. \quad (5.18)$$

Знаходять:  $(\alpha')^{h,m,s} = \arctg \alpha'$ ;  $(\delta')^{o,/, ''} = \arctg \delta'$ .

## Тема 6.

# ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ПРО ГЛОБАЛЬНІ НАВІГАЦІЙНІ СУПУТНИКОВІ СИСТЕМИ

CREDO ГНСС надає користувачеві функціональну можливість обробки базових ліній (статика), сеансів *Stop&Go* та траєкторій. Система забезпечує автоматичний вибір оптимальної стратегії розрахунку, що забезпечує більш високу точність і достовірність результатів. Крім того, система дозволяє управляти параметрами розрахунку: крім вибору методу розрахунку (поканальне рішення, комбінації WideLane, IonoFree, використання коду і фази), доступний ряд інших параметрів, які керують аналізом даних і розрахунками. CREDO ГНСС підтримує роботу з усіма сучасними сигналами систем GPS, ГЛОНАСС, Galileo, Beidou.

У системі CREDO ГНСС використовуються дані абсолютного калібрування антен. У базу даних антен, що поставляються з програмою, додані дані калібрування на момент виходу версії. Також база даних містить параметри антен супутників, опису антен і приймачів, дані про фізичні розміри багатьох типів антен. Є можливість актуалізації бази (підтримується імпорт файлів atx, tab, gra, доступних на публічних серверах IGS). Якщо даних калібрування на використовувану антену немає, можна додати відомості про неї вручну, вказавши назву, код та паспортні дані про становище фазового центру. Так само для всіх антен можна ввести параметри для вимірювання похилої висоти (радіус і відстань до опорної точки антени).

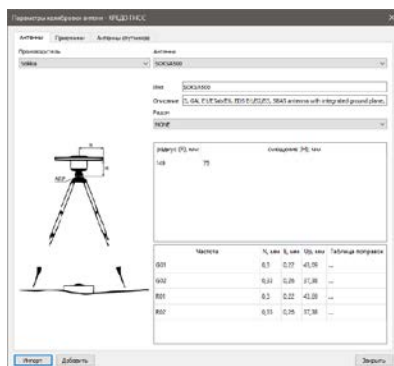
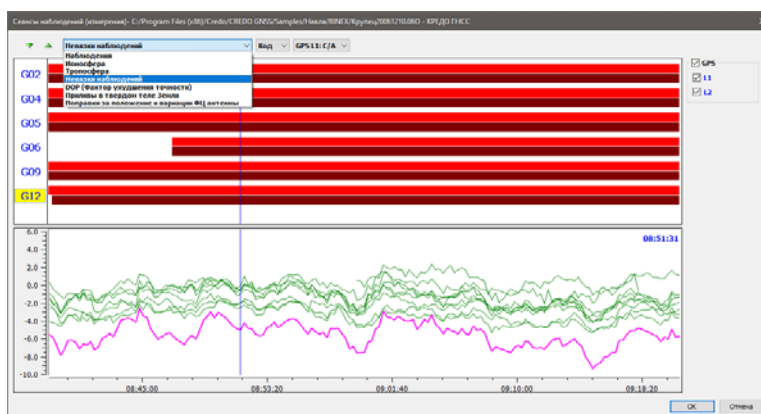


Рис. 13. Діалогове вікно *Параметри калібрування антени*

Для зручності використання точних ефемерид параметрів іоносфери й інших даних, доступних на публічних серверах, реалізована функціональність автоматичного завантаження даних на час спостережень проєкту.

Система надає зручні інструменти для перегляду, аналізу та редагування даних супутникових вимірювань. Дані по сесіях спостережень і ефемеридами проєкту можна переглядати у вигляді тимчасових діаграм. Спостереження сесії, використовувані моделі фізичних явищ, оцінку якості спостережень у вигляді різниці обчисленого відстані до супутника і відповідного спостереження, DOP можна переглядати у зручному вигляді діаграм видимості супутників і графіків розглянутої величини від часу.



**Рис. 14.** Графік сеансу спостереження

Дані за сесіями і спостереженнями можуть редагуватися: система дозволяє об'єднувати сеанси спостережень і спостереження, змінювати тип спостережень (статика, кінематика), змінювати дату (що вельми актуально для власників застарілих, але цілком працездатних приймачів, некоректно працюють після обнуління лічильника тижнів GPS). Дані можуть бути експортовані у формати RINEX версій 2.10 і 3.04.

*Методики супутникових вимірювань.* Під час виконання супутникових геодезичних вимірювань користувач отримує дані спостереження з приймачів. Основним елементом розрахунків є базова лінія – лінія, яка з'єднує точки стояння приймачів, які вели спостереження одночасно. У базовій лінії один з приймачів є базою (стоїть на точці з відомими координатами), другий – ровером (у разі відсутності



координат або якщо обидва приймача стоять на точках з відомими координатами, базовим вважається приймач, який довше збирав інформацію). Оброблена базова лінія стає вектором. Вектор може бути з фіксованим рішенням і плаваючим.

Існує кілька способів супутникових вимірювань:

1. *Статика* – методика супутникових геодезичних спостережень, яка передбачає одночасну тривалу роботу двох або більше приймачів, при цьому передбачається, що хоча б один з них знаходиться на точці з відомими координатами. Тривалість спільних спостережень залежить від типу приймача, відстані між точками, класу розвивається мережі і необхідної точності, а також від стану супутникового угруповання (кількості супутників). У статистиці, як правило, виконуються вимірювання для розвитку мереж планово-висотного обґрунтування.

2. *Stop&Go* – методика супутникових геодезичних спостережень, яка передбачає роботу базового приймача на вихідному пункті протягом всього часу роботи і нетривалі вимірювання (зазвичай 10–30 секунд) на визначених пунктах чи об'єктах місцевості (під час виконання зйомки) без виключення приймача у процесі переходу між точками. Ця методика використовується, як правило, для виконання топографічної зйомки.

3. *Кінематика* – методика супутникових спостережень, яка використовується для визначення координат пересувної станції в ході її переміщення. Для роботи в цьому режимі необхідно, щоб приймачі на базовій і пересувній станціях підтримували безперервний контакт із супутниками протягом усього часу вимірювань.

### Призначення КРЕДО ГНСС

Система КРЕДО ГНСС призначена для обробки супутникових геодезичних вимірювань (базових ліній) і зрівнювання супутникових геодезичних мереж.

При цьому безпосередньо до вимірів відносяться:

– *псевдодальності* – виміряні відстані від супутника до приймача за кодом;

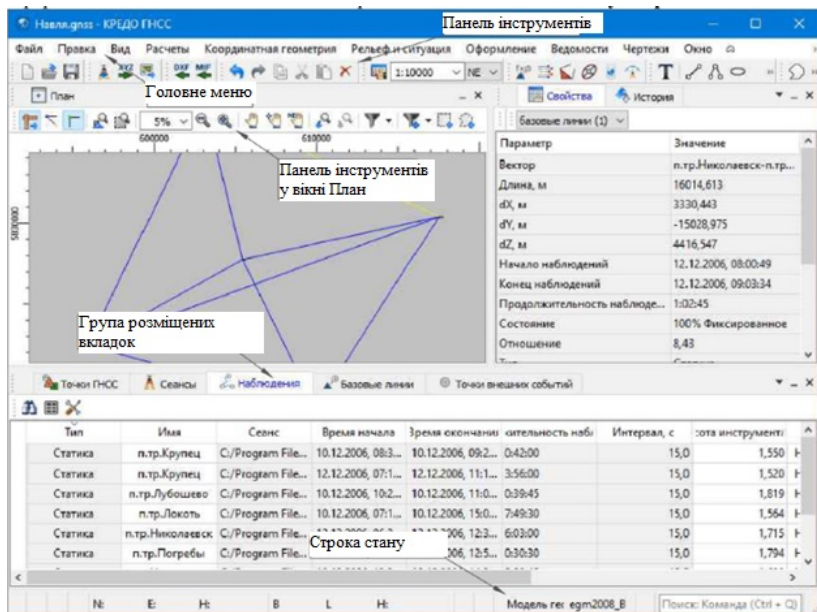
– *фаза* – виміряні відстані від супутника до приймача по фазі частоти-носія;

– *epoca* – дата і час, коли було здійснено вимір.

Додатковими даними, необхідними для розрахунків, є *ефемериди* – параметри орбіти супутника.

## Інтерфейс КРЕДО ГНСС

Класичний тип інтерфейсу містить головне меню, панелі інструментів і вікна даних (див. рис. 15).



**Рис. 15.** Класичний тип інтерфейсу КРЕДО ГНСС

У КРЕДО ГНСС основними є таблиці:

1. *Точки ГНСС* – містить координати та ін. інформацію щодо вихідних і оброблених пунктів.
2. *Спостереження* – міститься час початку і закінчення спостережень, їх тривалість, висота інструменту, значення метеопараметрів для кожного спостереження.
3. *Сенси* – містить відомості про тип приймача й антени.
4. *Базові лінії* – містить довжину і збільшення базових ліній. Після розрахунку відбувається оновлення і з'являється оцінка точності для пунктів.

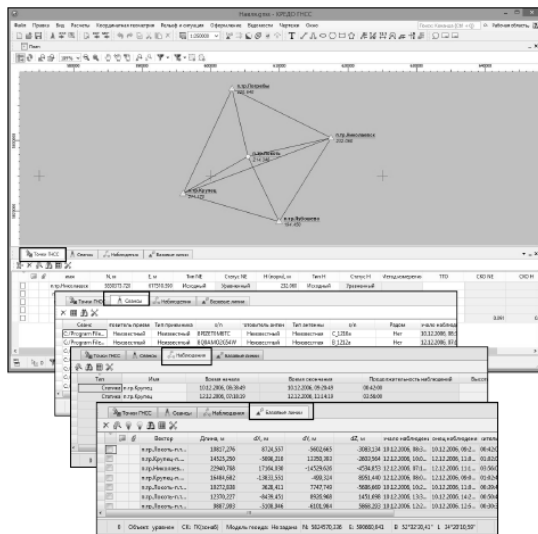


Рис. 16. Основні таблиці КРЕДО ГНСС

У діалоговому вікні «Властивості проекту» (Файл / Властивості проекту) редагуються властивості, які використовуються для оформлення креслень і відомостей, параметри розрахунків, систем координат тощо.

У програмі реалізовані такі методи розрахунку базових ліній (БЛ):

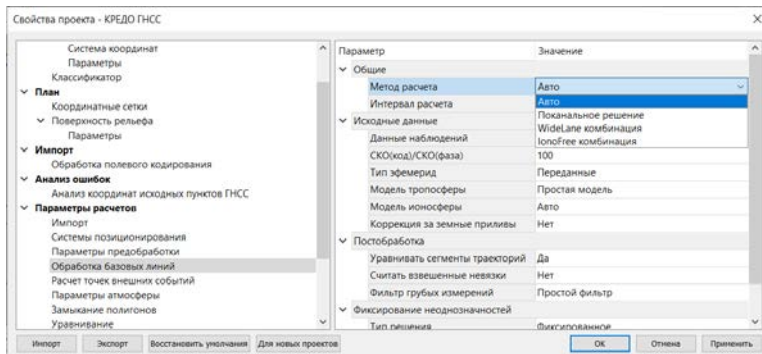


Рис. 17. Діалогове вікно Властивості проекту

*Авто* – автоматичний метод розрахунку. Автоматичний метод розрахунку виконує серію обчислень різними методами й аналізує

отриману точність. У результаті приймається рішення про використання зафіксованих неоднозначностей і фінальним вибирається найбільш точне рішення з можливих. Цей метод рекомендується використовувати в більшості типових сценаріїв розрахунку.

*Поканальне рішення* – проводиться розрахунок, за якого кожна частота вважається незалежною.

*WideLane* – розрахунок з використанням фазових вимірювань за двома частотам (L1, L2), при цьому модулюється комбінація вимірювань. Отримана комбінація має довжину хвилі 0,86 м, що в 4 рази більше, ніж за L1. Це властивість дозволяє успішно отримувати фіксований рішення на досить довгих базових лініях, при цьому істотно збільшується шум отриманої комбінації фазових вимірювань.

*Iono-Free* – розрахунок з використанням фазових вимірювань за двома частотам (L1, L2), при цьому модулюється комбінація вимірювань. Така комбінація усуває вплив іоносфери на 99%, що є особливо важливим у розрахунку довгих базових ліній (більше 30 км), на яких іоносферні умови для точок початку й кінця базової лінії можуть істотно відрізнятися. Ця комбінація також збільшує рівень шуму.

## **Практична робота № 7.** **Програмне забезпечення для обробки супутникових геодезичних вимірювань КРЕДО ГНСС**

### **Завдання:**

1. Ознайомитись із можливостями та функціоналом програмного забезпечення «КРЕДО ГНСС».
2. Вивчити інтерфейс програмного забезпечення «КРЕДО ГНСС».
3. Підготувати звіт про виконання практичної роботи.

### **Порядок виконання**

1. Ознайомитись з рекомендаціями до практичної роботи.
2. Завантажити та встановити програмне забезпечення КРЕДО ГНСС.
3. Вивчити інтерфейс КРЕДО ГНСС.
4. Роботу оформити **письмово** у вигляді звіту, використовуючи *Додаток 1*.

## Тема 7.

# МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ПІД ЧАС СУПУТНИКОВИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

---

У геодезичному використанні GNSS технологій весь процес обробки розбивається на дві основні частини:

- попередня обробка, яка здійснюється в самому GNSS приймачі;
- постобробка, здійснюється у камеральних.

Постобробка даних є різноманітною і залежить, перш за все, від поставленого завдання. Зокрема, на практиці досить часто використовується такі стратегії обчислювальних процесів:

- визначення окремих векторів (базисних ліній) і подальше їх об'єднання в мережі;
- обчислення результатів сеансів, отриманих одночасно для багатьох станцій;
- обробка даних, характерних для декількох сеансів спостережень.

Кожна фірма-виробник постачає в комплекті супутникових приймачів своє програмне забезпечення для обробки вимірювань, для яких характерною відмінністю є зміст і форма представлення результатів. У результаті цього виникла необхідність створення уніфікованого формату представлення даних, який не залежить від моделі використовуваного приймача. Такий формат отримав умовне позначення RINEX (було розглянуто у попередніх практичних роботах). Комерційні програми також не дозволяють отримати максимально можливу точність, характерну для GPS, і проводити обробку великих геодезичних мереж. Для усунення зазначеного недоліку розроблені універсальні «професійні програми», що дозволяють виробляти поетапну обробку даних з проміжним аналізом отриманих результатів. Такі програми базуються на більш суворому модельному поданні і розраховані на те, що робота з ними здійснюється висококваліфікованим спеціалістом.

Як вихідну інформацію під час виконання обробки використовуються отримані після вимірювання GPS-приймачів «сирі» дані, які відносяться, як правило, до одного сеансу спостережень.

Після збору «сирих» даних вони трансформуються у формат, який використовується програмою обробки (наприклад, у формат RINEX), і перевіряються на наявність грубих помилок. Інформація, що міститься в переданих із супутника навігаційних повідомленнях, зазвичай відрізняється від результатів спостережень. У разі необхідності в неї може

бути введена інформація, що містить уточнені дані про орбіти супутників (точні ефемериди).

Головне завдання основної програми постобробки полягає в обчисленні шуканих значень координат точок стояння, довжин векторів та інших геодезичних даних, з обов'язковою оцінкою точності їх визначення. Така обробка може бути здійснена як для одного, так і для декількох сеансів спостережень.

На заключній стадії може бути здійснено зрівнювання отриманих результатів та виконано в разі потреби перехід до місцевої (локальної) системи координат.

Таким чином для визначення диференціальних результатів вимірювання між точками, які спостерігаються в процесі збору даних, вихідна інформація, отримана приймачем, повинна бути оброблена.

Тоді як результатом обробки вихідних GPS-даних є вектори, які визначають взаємне розташування точок. В обчисленні таких векторів і полягає роль модуля обробки даних GNSS Solutions.

Модуль обробки даних автоматично аналізує якість вихідних файлів даних спостереження і урівнює параметри обробки для формування найкращого вектора, полегшуючи тим самим зусилля з обробки користувача з програмним забезпеченням.

Постобробка GNSS-даних, отриманих у режимі *Статика* за допомогою програмного забезпечення КРЕДО ГНСС, відбувається в три етапи:

1. *Аналіз даних до обробки. Імпорт даних.* Здійснюється перевірка та / або введення властивостей точок і спостережень, наприклад, перевірка ID місця, параметрів висоти антени та інформації про контрольні точки.

2. *Обробка даних спостереження (розрахунок і обробка базових ліній).* Натискання на кнопку приводить у дію механізм обробки, який генерує вектори GNSS з вихідних даних.

3. *Урівнювання.* Оброблені вектори GNSS аналізуються за допомогою наявних інструментів для визначення якості оброблених даних.

### **Практична робота № 8.**

#### **Постобробка даних спостереження отриманих у режимі *Статика* за допомогою КРЕДО ГНСС**

##### **Завдання:**

1. Навчитися імпортувати дані GNSS спостережень, отриманих у режимі *Статика*.

2. Здійснити обробку базових ліній за допомогою КРЕДО ГНСС.
3. Здійснити урівнювання геодезичної мережі за допомогою КРЕДО ГНСС.
4. Підготувати звіт про виконання практичної роботи.

### **Хід роботи:**

Практична робота оформлюється у вигляді звіту.

Вихідні дані для виконання практичної роботи містяться в папці «Вихідні дані\_Статика»:

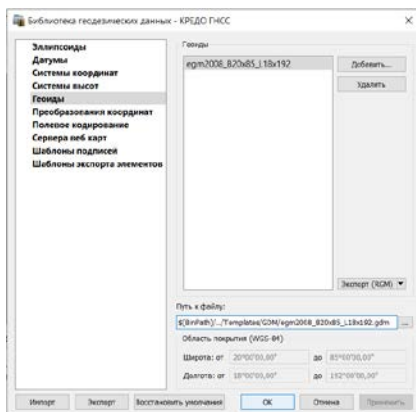
- файл *Points.txt*, що містить координати вихідних пунктів (до координат  $(X, Y, h)$  вихідних пунктів «Рязанки», «Поселок» внести поправку за варіант  $(+1 м \times N)$  (де  $N$  – номер варіанта));
- файли *RINEX*, що містять результати вимірювань планово-висотного обґрунтування геодезичної мережі.

### **Завдання № 1**

1. Запустіть програму і створіть новий проект.
2. Встановіть модель геоїда і систему координат, в якій необхідно провести обробку вимірювань. Для цього:

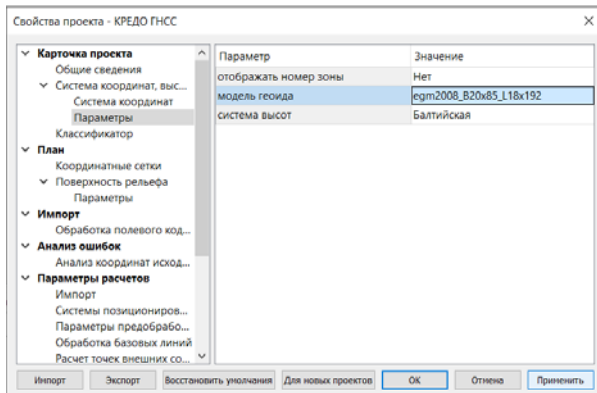
2.1. Виберіть команду *Файл / Геодезична бібліотека*.

У розділі *Геоїди* натисніть кнопку *Додати*. У вікні виберіть модель геоїда – *egm2008\_B20x85\_L18x192*.



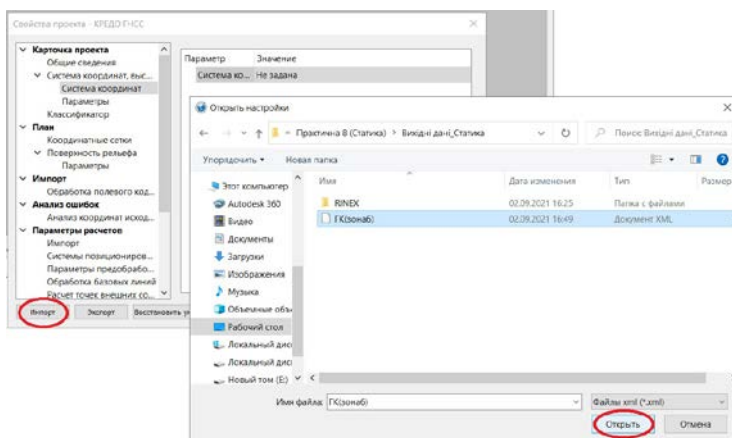
**Рис. 18.** Діалогове вікно *Бібліотека геодезичних даних*

2.2. Активізуйте команду *Файл / Властивості проекту* і в розділі *Модель геоїда* зі списку виберіть завантажену в проект модель (*egm2008\_B20x85\_L18x192*).



**Рис. 19.** Діалогове вікно *Властивості проекту*

Перейдіть у розділ налаштувань *Система координат* і виберіть *Імпорт*.

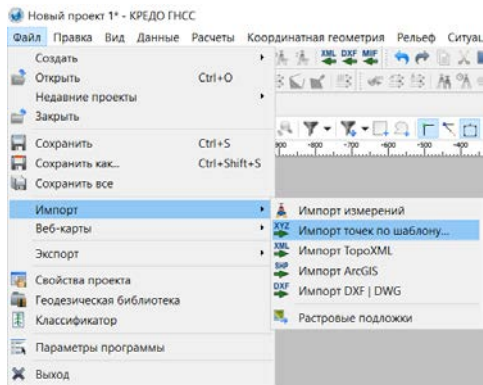


**Рис. 20.** Діалогове вікно *Відкрити налаштування*

2.3. У діалоговому вікні оберіть папку «*Вихідні дані\_Статика*» виберіть *ГК* (зона б).

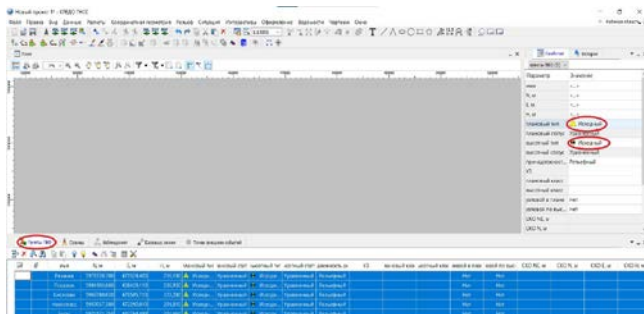
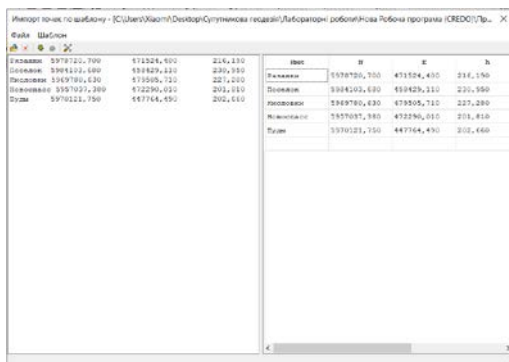
3. Виконайте імпорт текстового файлу *Points.txt*. Для цього виберіть команду *Файл / Імпорт / Імпорт точок по шаблону* і за допомогою діалогового вікна *Універсальний імпорт пунктів* виконайте імпорт даних.





**Рис. 21.** Імпорт текстового файлу

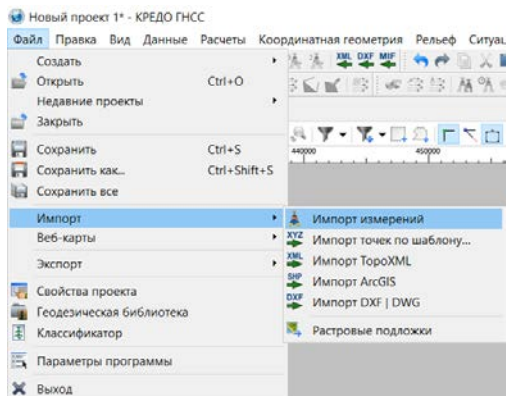
3.1. Використовуючи вікно *Властивості*, на всі імпортовані пункти встановіть Тип N, E і Тип H – *Вихідні*.



**Рис. 22.** Встановлення типу опорних станцій *Вихідні*

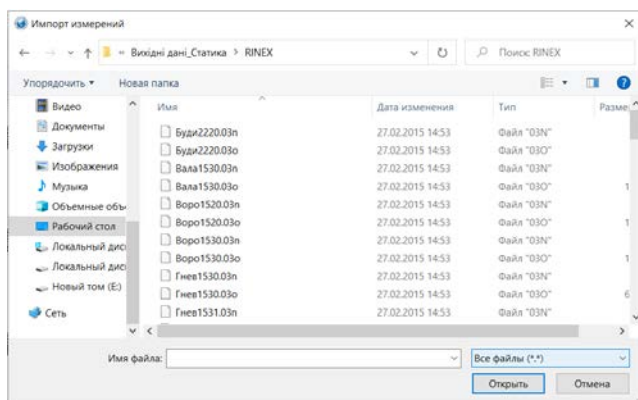
4. Виконайте імпорт результатів вимірювань, що містяться у файлах RINEX. Для цього:

4.1. Виберіть команду *Файл / Імпорт / Імпорт вимірювань*.



**Рис. 23.** Імпорт результатів вимірювання

4.2. У вікні *Імпорт вимірювань* вкажіть тип імпортованих файлів як *Всі файли супутникових вимірювань*.



**Рис. 24.** Діалогове вікно *Імпорт вимірювань*

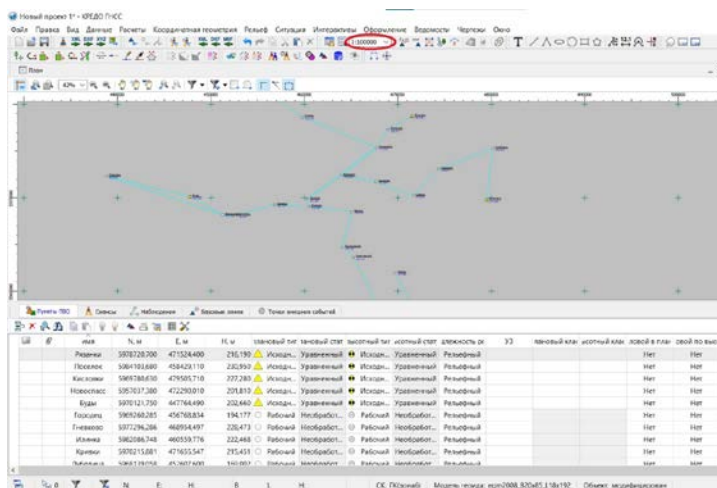
4.3. У папці *RINEX (Вихідні дані\_Статика)* виділіть усі файли і виконайте їх імпорт у проект:

4.4. Перегляньте результати імпорту на вкладках:

– *точки ГНСС* – містить координати і висоти імпортованих пунктів;

- *сеанси* – відображені відомості про тип приймача і антени (за наявності цих відомостей у файлах спостережень);
- *спостереження* – інформація за типом виконаних спостережень, тривалості спостережень, висотою інструмента;
- *базові лінії* – містить інформацію за векторами спостережень (довжина вектора,  $dx$ , м;  $dy$ , м;  $dz$ , м).

4.5. Встановіть масштаб проекту 1:100 000 і перегляньте в графічному вікні схему вимірів.



**Рис. 25.** Вибір масштабу проекту

5. Збережіть проєкт з ім'ям «Незамкнена геодезична мережа».

### Завдання № 2

1. Відкрийте проєкт «Незамкнена геодезична мережа».
2. Виберіть команду *Файл / Властивості проєкту*. У діалоговому вікні *Обробка базових ліній* перегляньте налаштування, які встановлені в програмі за замовчуванням.
3. Активізувавши команду *Розрахунки / Розрахунок базових ліній*, виконайте розрахунок базових ліній. У ході розрахунку інформація про процес обробки виводиться в протокол, який за необхідності можна зберегти. За відсутності ефемерид або неякісних вихідних даних розрахунок базових ліній може не відбутися.

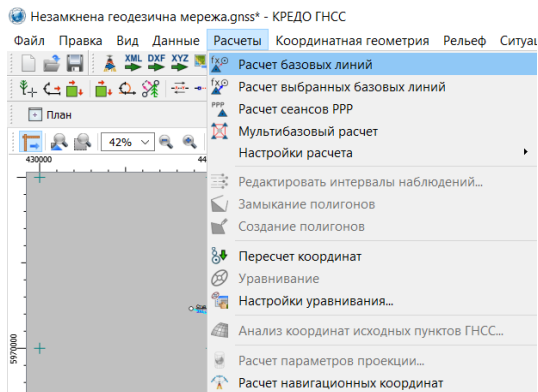


Рис. 26. Розрахунок базових ліній

4. Після розрахунку базових ліній у таблиці *Базові лінії* відбудеться оновлення значень, перегляньте їх.

Зверніть увагу на графу *Відношення* в таблиці *Базові лінії*. За значеннями, вказаними в ній, ми можемо говорити про якість розрахунку.

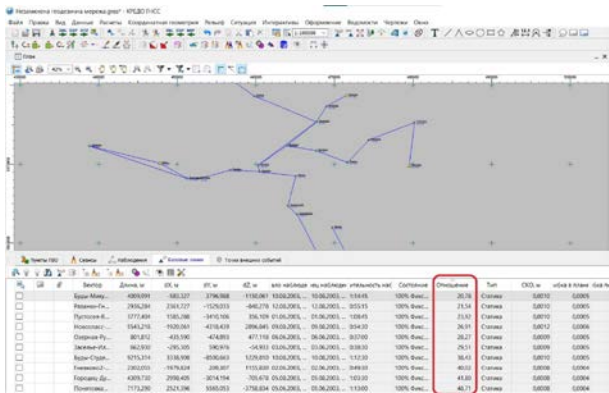
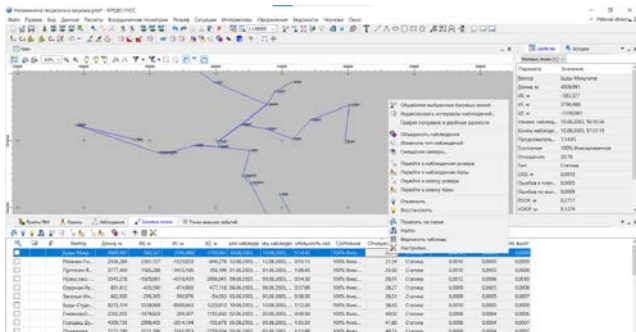


Рис. 27. Показники якості спостереження *Відношення*

5. Виберіть найменші значення в графі *Відношення* і порівняйте його з граничним значенням (*Властивості проекту / Відношення для фіксованого рішення*).

Виділіть рядок з вектором, що має найменше значення і, викликавши контекстне меню, виберіть команду *Редагувати параметри спостережень*.



**Рис. 28.** Редагувати параметри окремого спостереження

Проаналізуйте інформацію у вікні *Інтервали спостережень*.

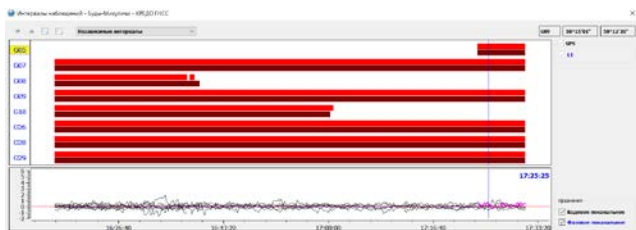


**Рис. 29.** Діалогове вікно *Інтервали спостереження*

У лівій частині вказані супутники, які брали участь у спостереженнях. Буква G позначає, що це був супутник GPS (супутники ГЛОНАСС позначаються в програмі буквою R). Цифра вказує номер супутника в цьому угрупованні.

У нижній частині області відображається шкала часу.

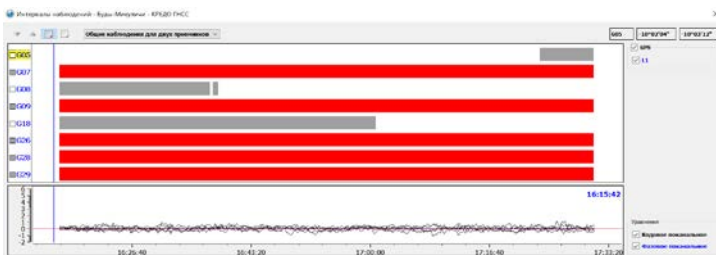
Смуги відповідають спостереженням для одного з приймачів базової лінії. Дві смуги – значить, що у спостереженнях брали участь два приймача.



**Рис. 30.** Відображення результатів спостереження двох приймачів у діалоговому вікні *Інтервали спостереження*

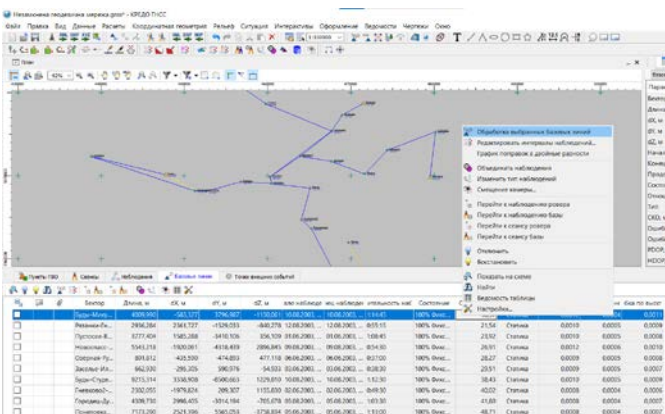
У нижній області вікна відображаються графіки нев'язок подвійних різниць по супутникам. У результаті переміщення курсора по графіку в рядку стану відображається значення нев'язки по часу і кут піднесення супутника. Використовуючи кут піднесення і графік нев'язок, можна аналізувати спостереження і приймати рішення про відключення інтервалів.

5.1. Вимкніть з обробки супутники, що мають розірвані спостереження. Для цього включіть режим редагування. Прямокутним контуром виділіть розірвані спостереження.



**Рис. 30.** Корегування даних спостереження у діалоговому вікні *Інтервали спостереження*

5.2. Повторіть розрахунок базових ліній і порівняйте отриманий результат у графі *Відносини* з попереднім (для відредагованого вектора).



**Рис. 31.** Повторна обробка обраної базової лінії

Зміни відбулися:



Рис. 32. Оцінка результатів після обробки обраної базової лінії

6. Сформуєте та перегляньте результати обробки у «Відомості обробки базових ліній».

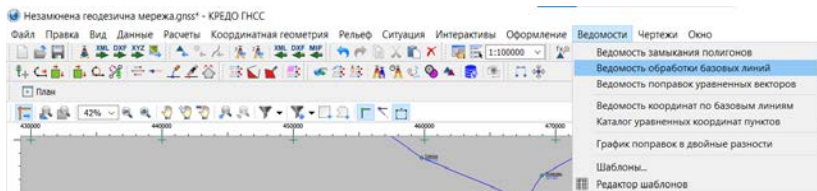


Рис. 33. Формування результатів обробки за допомогою Відомості обробки базових ліній

7. Сформуєте креслення *Графік поправок подвійних різниць*. Для цього виділіть необхідну базову лінію і, викликавши контекстне меню (або меню *Відомості*), виберіть команду *Графік поправок подвійних різниць*. Графік нев'язок для обраної базової лінії буде сформований в окремому вікні.

8. Збережіть проект «Незамкнена геодезична мережа\_оброблена».

### Завдання № 3

У КРЕДО ГНСС урівнювання проводиться у просторовій геоцентричній системі координат WGS-84, при цьому результати зрівнювання редукуються на площину проєкції локальної системи координат.

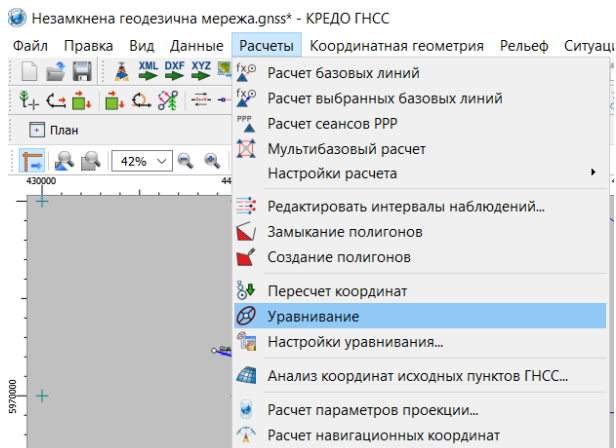
Вихідними даними для зрівнювання слугують приведені до центрів пунктів оброблені базові лінії (вектори) та їх коваріаційні матриці, а також координати вихідних пунктів.

1. Відкрийте проект «Незамкнена геодезична мережа\_оброблена».

2. Відкрийте діалогове вікно *Параметри проекту* і перегляньте налаштування на обмеження процесу зрівнювання: максимальне число ітерацій\* і допуск розбіжностей поправок.

\*число ітерацій – скільки разів потрібно виконати певну операцію, щоб отримати оптимальний (найкращий) результат.

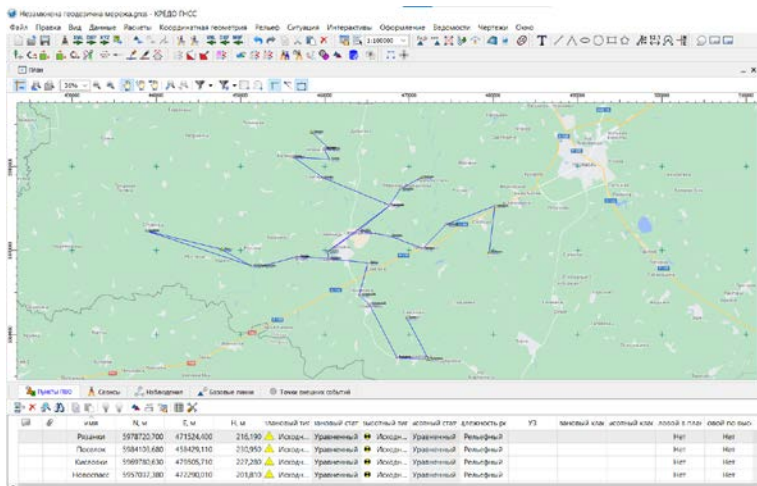
3. Виберіть команду *Розрахунки / Зрівнювання*.



**Рис. 34.** Зрівнювання мережі

4. Для перегляду отриманого результату щодо об'єктів місцевості завантажте *Веб-карти*. Для цього:

- 4.1. Оберіть пункт *Файл / Веб-карти / Вибрати джерело*.
- 4.2. Вкажіть джерело *Google Maps* і натисніть *ОК*.



**Рис. 35.** Візуалізація отриманих даних на місцевості

4. За результатами зрівнювання сформуйте *Відомість поправок зрівняних векторів* і *Каталог зрівняних координат пунктів*.



5. Для візуалізації цифрової моделі місцевості за отриманими висотними відмітками точок плано-висотної геодезичної мережі створіть виберіть пункт *Рельєф – Налаштування генерації поверхні*.

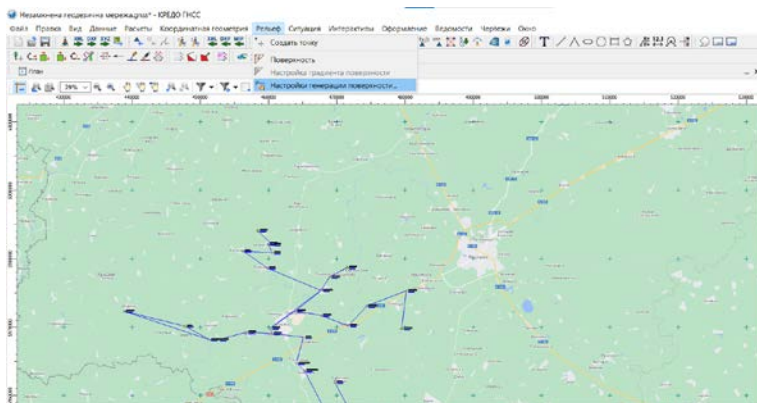


Рис. 36. Налаштування генерації поверхні

5.1 Змініть налаштування параметрів проекту, зокрема, довжину ребер триангуляції збільште до *30000 м*.

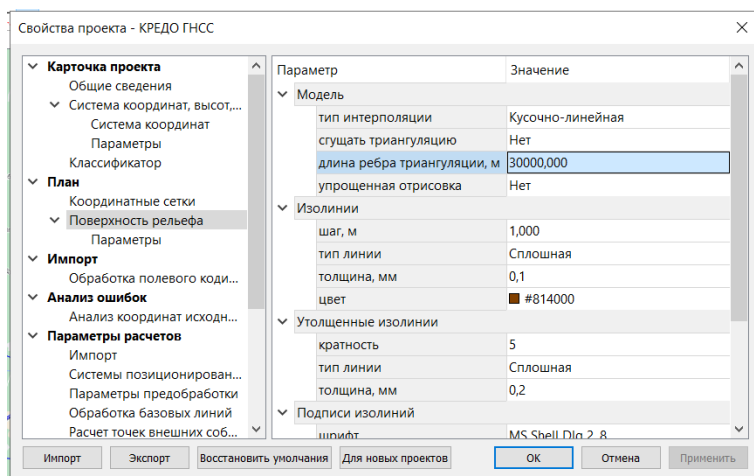
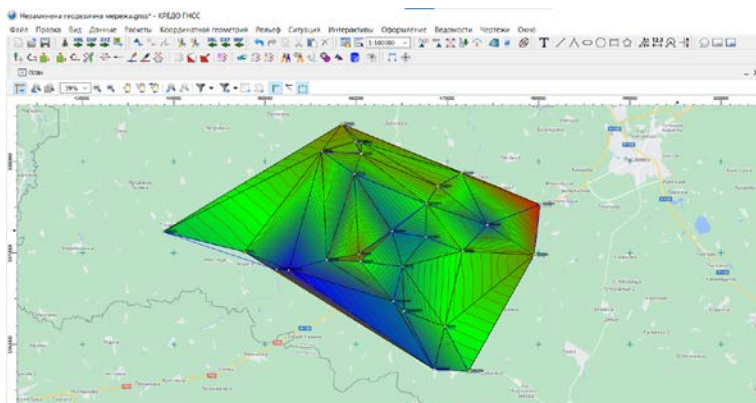


Рис. 37. Налаштування параметрів проекту у діалоговому вікні *Властивості проекту* для формування цифрової моделі рельєфу (ЦМР)

5.2 Створіть цифрову модель місцевості *Рельєф – Поверхня*.



**Рис. 38.** Створення цифрової моделі рельєфу (ЦМР)

**Завдання № 4**

Отримані результати оформити в Word. Усі етапи виконання практичної роботи повинні бути оформленні у вигляді звіту та підтвержені відповідними скріншотами відкритих діалогових вікон. Сформовані відомості виконання практичного завдання подати у вигляді додатків.

## Тема 8. ПЛАНУВАННЯ СУПУТНИКОВИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ГНСС ПРИЙМАЧІВ

CREDO ГНСС дозволяє імпортувати і обробляти кінематичні вимірювання з мітками зовнішніх подій. Усі інструменти аналізу даних і можливості роботи, доступні під час обробки, статистики можна використовувати і для розрахунку траєкторій. Для зручності аналізу поправок, графіки у вікні редагування інтервалів синхронізовані з маркером на траєкторії, дозволяючи таким чином зіставити великі значення поправок з проблемними місцями на траєкторії.

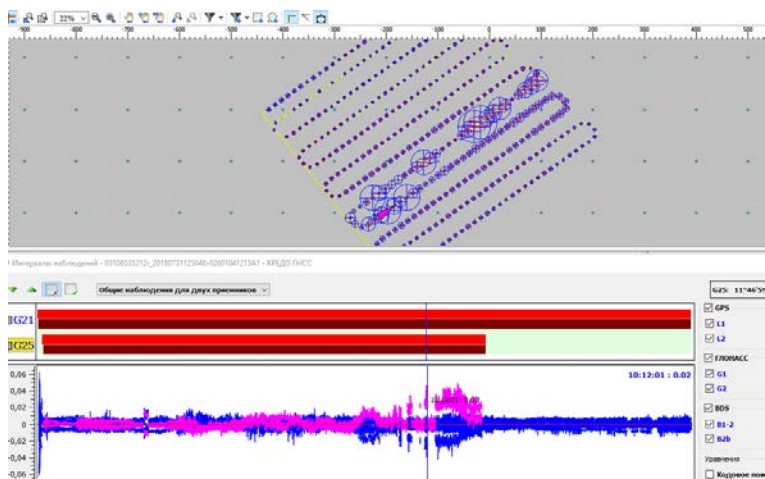


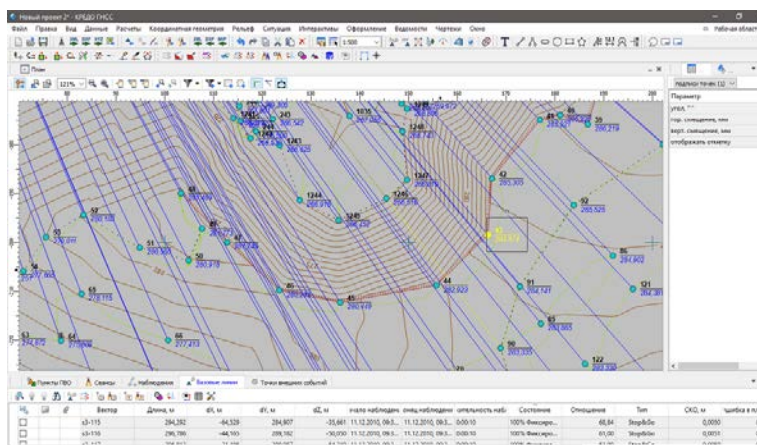
Рис. 39. Приклад траєкторії вимірювання в режимі *Кінематика*

На основі міток зовнішніх подій розраховуються координати точок. Після розрахунку траєкторії помилки точок зовнішніх подій візуалізуються еліпсами помилок. Для редукування координат антени на позицію камери на безпілотний літальний апарат задається вертикальне, поздовжнє і поперечне зміщення камери.

Для підвищення зручності використання, мінімізації втрат інформації та виключення помилок точкам зовнішніх подій можуть бути призначені імена за допомогою зручного генератора імен за шаблоном.

Точки і траєкторії експортуються в текстові файли в будь-якому поданні координат з оцінкою точності. Формат налаштовується за допомогою шаблонів.

CREDO ГНСС дозволяє обробляти дані топографічної зйомки в режимі *Stop&Go*. Крім безпосереднього функціоналу розрахунку векторів *Stop&Go* програма обробляє дані польового кодування з файлів супутникових вимірювань, формуючи в автоматичному режимі точкові, лінійні і майданні об'єкти ситуації відповідно до кодів і командами польового кодування.



**Рис. 40.** Результат обробки даних спостереження отриманих в режимі *Stop&Go*

Як додаткові дані можна довантажувати існуючі матеріали у форматі *dxf/dwg* або *ToroXML*. Програма дозволяє уточнити й доопрацювати матеріали зйомки з використанням досить великого функціоналу створення і редагування ситуації, побудувати поверхню, виправити отриманий план у модель креслення для підготовки і випуску креслень, експортувати для подальшого оформлення в *dxf/dwg* або в *ToroXML*.

Постобробка GNSS-даних, отриманих в режимі *Кінематика (Stop&Go)*, за допомогою програмного забезпечення КРЕДО ГНСС є аналогічною до *Статики*, яка відбувається в три етапи:

1. *Аналіз даних до обробки. Імпорт даних.* Здійснюється перевірка та / або введення властивостей точок і спостережень, наприклад, перевірка ID місця, параметрів висоти антени та інформації про контрольні точки.

2. *Обробка даних спостереження (розрахунок і обробка базових ліній).* Натискання на кнопку приводить у дію механізм обробки, який генерує вектори GNSS з вихідних даних.

3. *Урівнювання.* Оброблені вектори GNSS аналізуються за допомогою наявних інструментів для визначення якості оброблених даних.

**Практична робота № 9**  
**Постобробка даних спостереження, отриманих у режимі**  
**Кінематика за допомогою КРЕДО ГНСС**

**Завдання:**

1. Навчитися імпортувати дані GNSS спостережень у режимі *Кінематика*.

2. Здійснити обробку базових ліній та урівнювання за допомогою КРЕДО ГНСС.

3. Підготувати звіт про виконання практичної роботи.

**Хід роботи:**

Практична робота оформлюється у вигляді звіту.

Вихідні дані для виконання роботи містяться в папці «*Вихідні дані\_Кінематика*»:

– файл *Координати\_s3.txt*, що містить координати вихідних пунктів (*до координат (X, Y, h) вихідних пункту «s3» внести поправку за варіант (+1 м × N) (де N – номер варіанта)*);

– файли *RINEX*, що містять результати вимірювань у режимі «*Кінематика*».

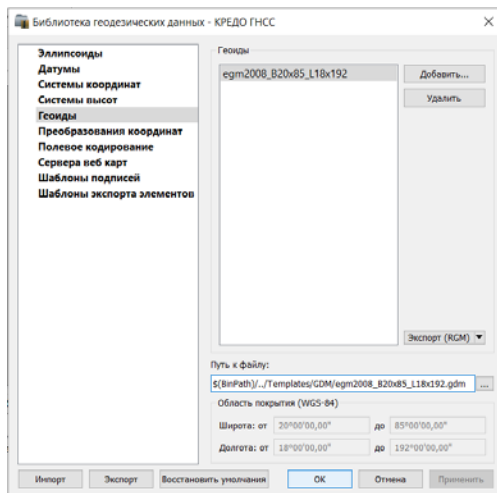
**Завдання № 1**

1. Запустіть програму і створіть новий проєкт.

2. Встановіть модель геоїда і систему координат, в якій необхідно провести обробку вимірювань. Для цього:

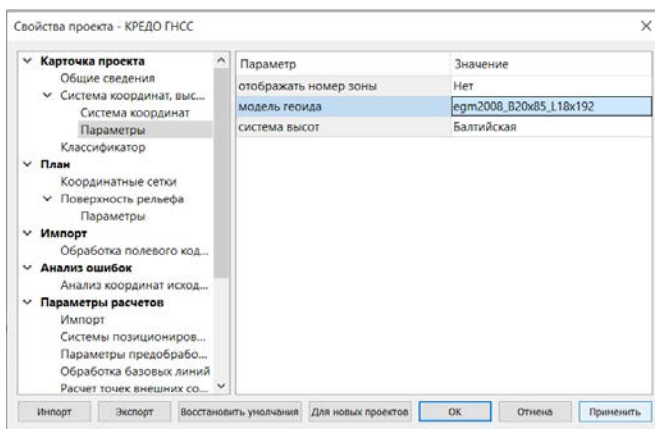
2.1. Виберіть команду *Файл / Геодезична бібліотека*.

У розділі *Геоїди* натисніть кнопку *Додати*. У вікні виберіть модель геоїда – *egm2008\_B20x85\_L18x192*.



**Рис. 41.** Діалогове вікно *Бібліотека геодезичних даних*

2.2. Активізуйте команду *Файл / Властивості проекту* і в розділі *Модель геоїда* зі списку виберіть завантажену в проект модель (*egm2008\_B20x85\_L18x192*).



**Рис. 42.** Діалогове вікно *Властивості проекту*

Перейдіть у розділ налаштувань *Система координат* і виберіть *Импорт*.

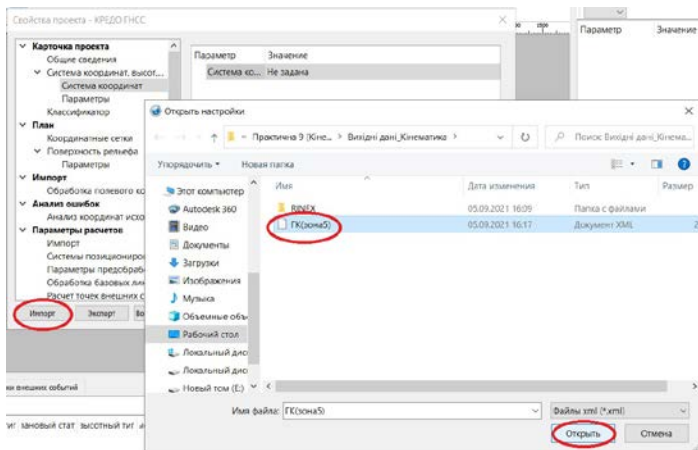


Рис. 43. Импорт Системы координат

2.3. У діалоговому вікні оберіть папку «Вихідні дані\_Кінематика», виберіть ГК (зона 5).

3. Виконайте імпорт текстового файлу *Координати\_s3.txt*. Для цього виберіть команду *Файл / Імпорт / Імпорт точок по шаблону* і за допомогою діалогового вікна *Універсальний імпорт пунктів* виконайте імпорт даних.

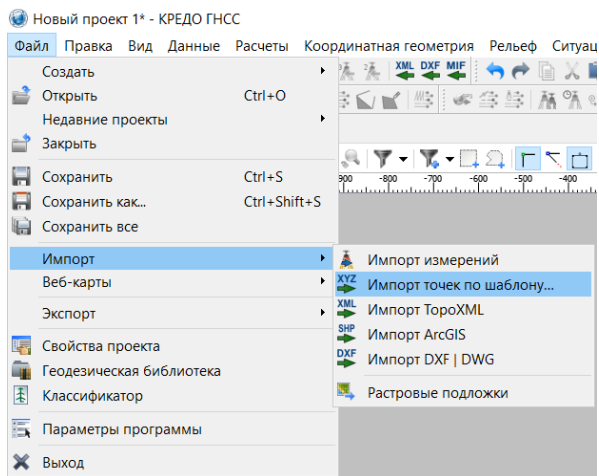
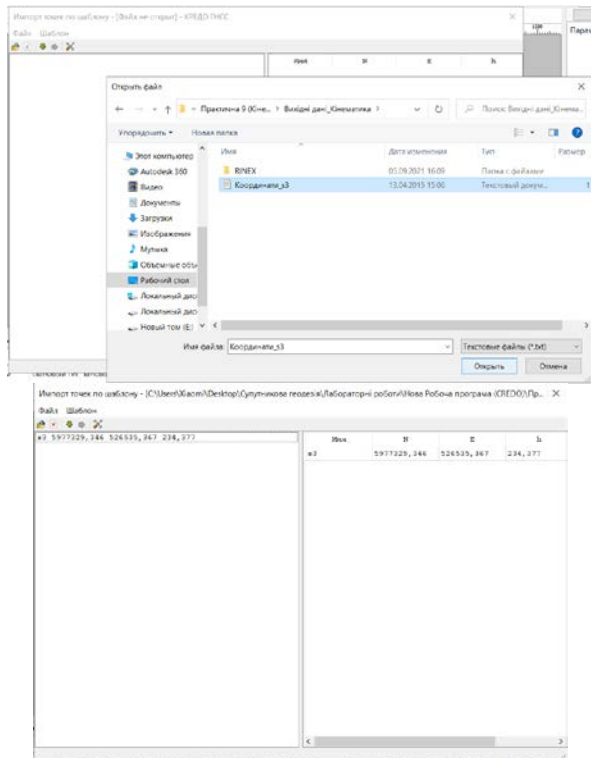
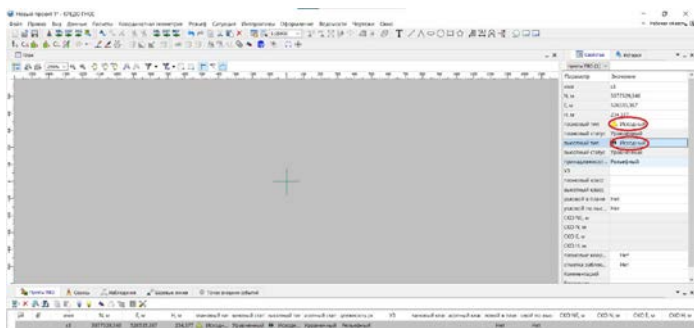


Рис. 44. Импорт текстового файла



**Рис. 45.** Імпорт точок по шаблону

3.1. Використовуючи вікно *Властивості*, на всі імпортовані пункти встановіть Тип N, E і Тип H – *Вихідні*.



**Рис. 46.** Встановлення типу опорних станцій *Вихідні*



4. Виконайте імпорт результатів вимірювань, що містяться у файлах RINEX. Для цього:

4.1. Виберіть команду *Файл / Імпорт / Імпорт вимірювань*.

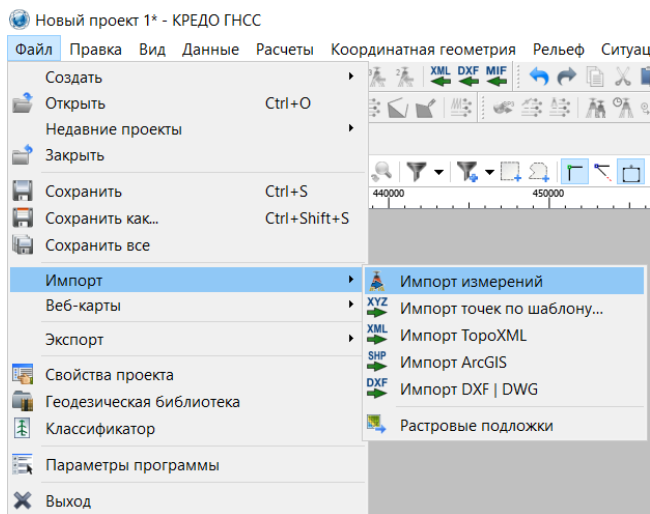


Рис. 47. Імпорт результатів вимірювання

4.2. У вікні *Імпорт вимірювань* вкажіть тип імпортованих файлів як *Всі файли супутникових вимірювань*.

4.3. У папці *RINEX (Вихідні дані\_Кінематика)* виділіть усі файли і виконайте їх імпорт у проект.

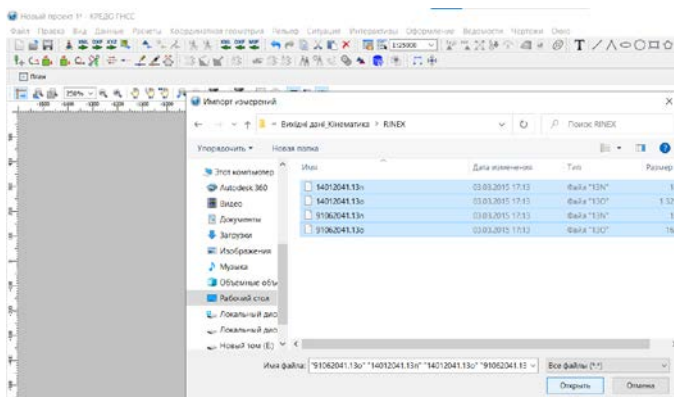
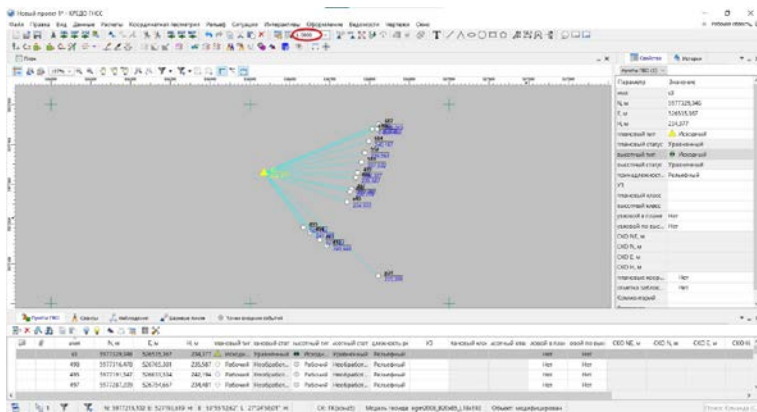


Рис. 48. Діалогове вікно *Імпорт вимірювань*

4.4. Перегляньте результати імпорту на вкладках:

- *точки ГНСС* – містить координати і висоти імпортованих пунктів;
- *сеанси* – відображені відомості про тип приймача і антени (за наявності цих відомостей у файлах спостережень);
- *спостереження* – інформація за типом виконаних спостережень, тривалості спостережень, висоті інструменту;
- *базові лінії* – містить інформацію за векторами спостережень (довжина вектора, dx, м; dy, м; dz, м).

4.5. Встановіть масштаб проекту 1:5000 і перегляньте в графічному вікні схему вимірів.



**Рис. 49.** Вибір масштабу проекту

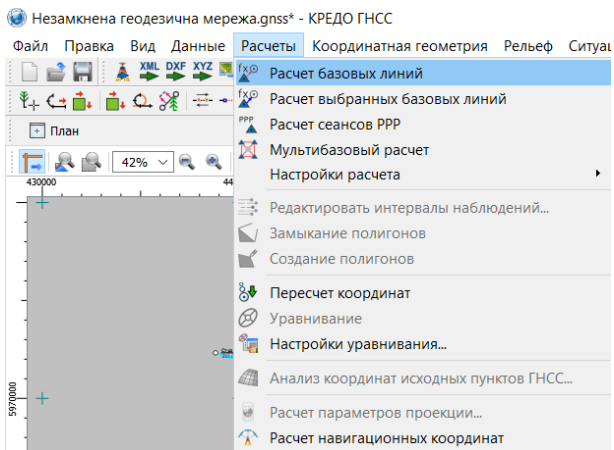
5. Збережіть проект з ім'ям «Кінематика\_Прізвище (студента)».

### Завдання № 2

1. Відкрийте проект «Кінематика\_Прізвище (студента)».

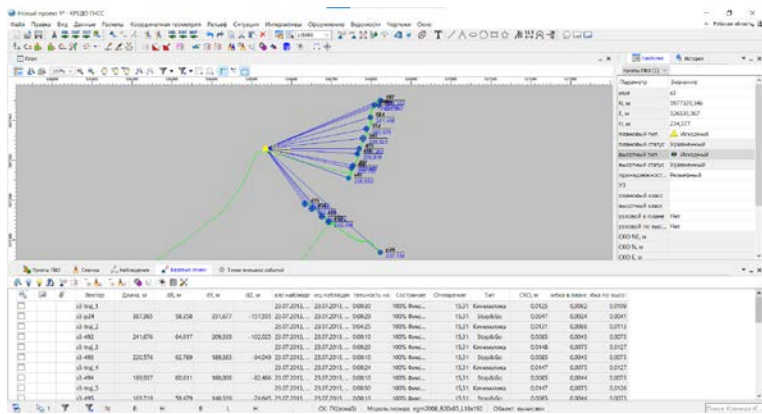
2. Виберіть команду *Файл / Властивості проекту*. У діалоговому вікні *Обробка базових ліній* перегляньте налаштування, які встановлені в програмі за замовчуванням.

3. Активізувавши команду *Розрахунки / Розрахунок базових ліній*, виконайте розрахунок базових ліній. У ході розрахунку інформація про процес обробки виводиться в протокол, який за необхідності можна зберегти. За відсутності ефемерид або неякісних вихідних даних розрахунок базових ліній може не відбутися.



**Рис. 50.** Розрахунок базових ліній

4. Після розрахунку базових ліній у таблиці *Базові лінії* відбудеться оновлення значень, перегляньте їх та виконайте *Зрівнювання*.

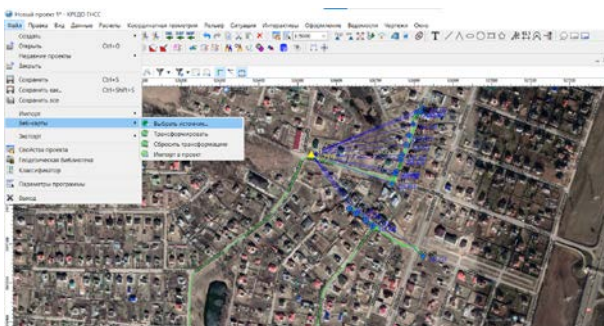


**Рис. 51.** Зрівнювання результатів вимірювання

5. Проаналізуйте схему вимірів у вікні *План (Вид – План)*. Зверніть увагу на зелені лінії – траєкторії. Траєкторія – точки, виміряні в русі між точками стояння. У класичному *Stop&Go* траєкторії не використовуються – інженер-геодезист, відстоявши точку, перемістив приймач на наступну точку. Однак, якщо зберігати висоту приймача в русі, траєкторія може використовуватися як зйомка рельєфу.

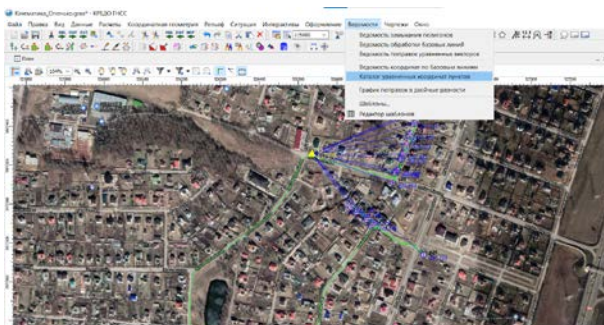
6. Для перегляду отриманої траєкторії щодо об'єктів місцевості завантажте *Веб-карти*. Для цього:

- 6.1. Оберіть пункт *Файл / Веб-карти / Вибрати джерело*.
- 6.2. Вкажіть джерело *Google Maps (гібрид)* і натисніть *ОК*.



**Рис. 52.** Візуалізація отриманих даних на місцевості

7. Сформуєте та перегляньте результати спостереження у «*Каталог зрівняних координат пунктів*».



**Рис. 53.** Формування результатів спостереження

8. Збережіть проект.

### **Завдання № 3**

Отримані результати оформити в Word, всі етапи виконання практичної роботи повинні бути зазначені у звіті та підтверджені відповідними скріншотами відкритих діалогових вікон. Сформовані відомості виконання практичного завдання подати у вигляді додатків.

## Тема 9.

# ОПРАЦЮВАННЯ ДАНИХ СУПУТНИКОВИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

У результаті розвитку геодезичних мереж супутниковими методами можуть утворюватися замкнуті фігури – полігони. Перевірка замикання полігонів до зрівнювання мережі є способом перевірки якості розрахунку базових ліній і відбраковування грубих рішень.

Крім якості вирішення базових ліній, замикання полігонів дозволяє виявити також помилки вимірювання висот приймачів. При цьому для кожного полігону можна отримати повну інформацію: ім'я, периметр, незмикання по осях XYZ, незмикання в плані і по висоті, допуск незмикання (рис. 54). Після розрахунку незмикання розраховані полігони відображаються кольором відповідно до налаштувань (у допуску, не в допуску).

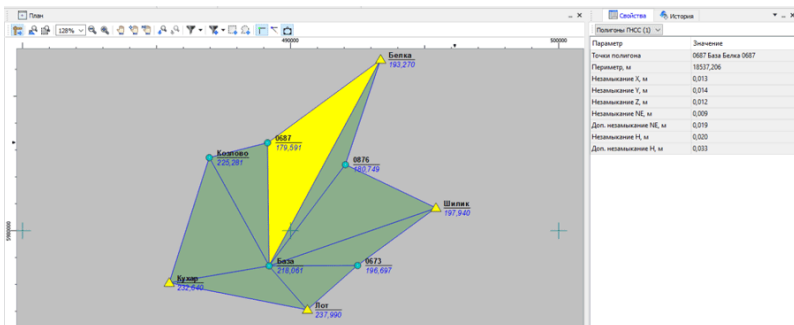
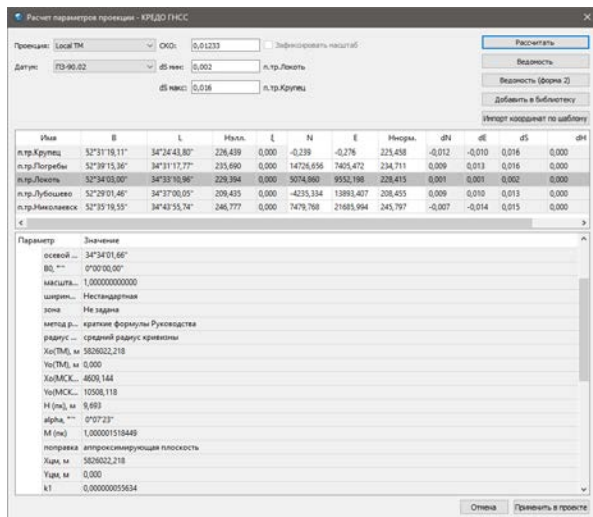


Рис. 54. Перевірка зімкнення полігонів за допомогою КРЕДО ГНСС

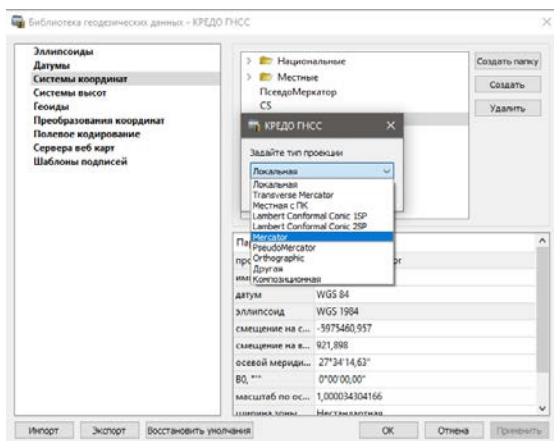
Разом з тим CREDO ГНСС дозволяє виконати розрахунок параметрів проекції за відсутності відомостей про систему координат для вихідних пунктів і обчислення корекції по висоті (калібрування) (рис. 55).



**Рис. 55.** *Діалогове вікно Розрахунок параметрів проекції*

Є можливість виконати аналіз координат вихідних пунктів і до зрівнювання виявити проблеми збіжності координат.

Система CREDO ГИСС підтримує системи координат (рис. 56) різних проекцій Transverse Mercator, Mercator, PseudoMercator, Lambert Conformal Conic, Orthographic тощо.



**Рис. 56.** *Діалогове вікно Бібліотека геодезичних даних*

Для переходу від еліпсоїдальних (геодезичних) перевищень до перевищень нормальних висот можна використовувати аномалії висот з моделі геоїда, яка поставляється разом із системою.

### Практична робота № 10. Замикання полігонів за допомогою КРЕДО ГНСС

#### Завдання:

1. Здійснити перевірку зімкнення полігонів за допомогою КРЕДО ГНСС.
2. Підготувати звіт про виконання практичної роботи.

#### Хід роботи:

Практична робота оформлюється у вигляді звіту.

Вихідні дані для виконання практичної роботи містяться в папці «Вихідні дані *Зімкнення полігонів*»:

- файли *RINEX*, що містять результати вимірювань.

#### Завдання № 1

1. Запустіть програму і створіть новий проект.
2. Виконайте імпорт результатів вимірювань, що містяться у файлах *RINEX*. Для цього:

- 2.1. Виберіть команду *Файл / Імпорт / Імпорт вимірювань*.

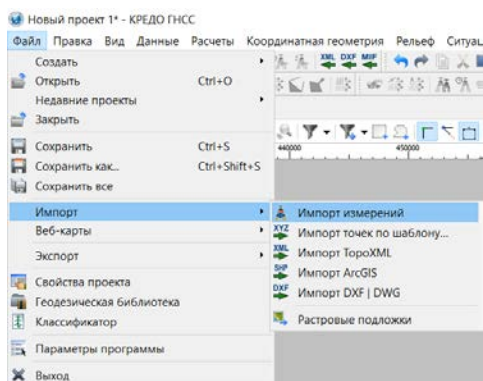
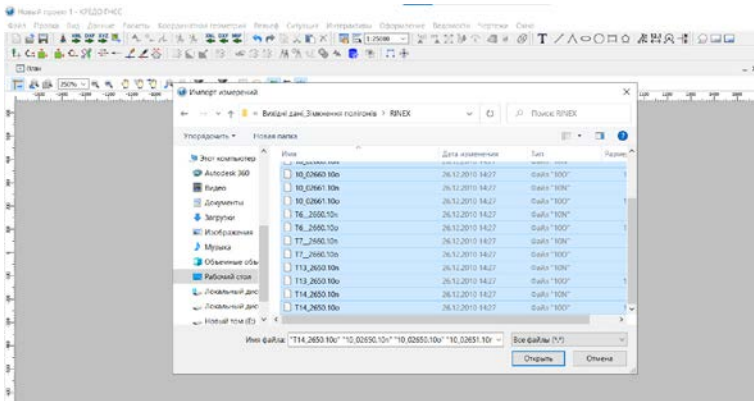


Рис. 57. Імпорт результатів вимірювання

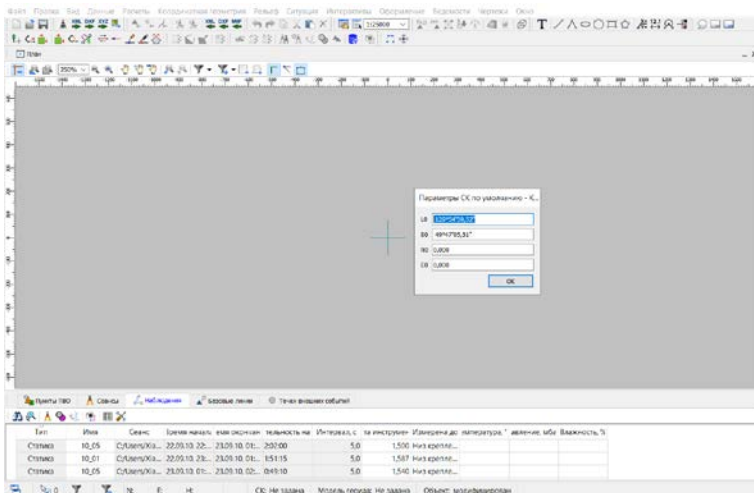
- 2.2. У вікні *Імпорт вимірювань* вкажіть тип імпортованих файлів як *Всі файли супутникових вимірювань*.

2.3. У папці *RINEX (Вихідні дані\_Змінення полігонів)* виділіть усі файли і виконайте їх імпорт у проект.



**Рис. 58.** *Диалогове вікно Імпорт вимірювань*

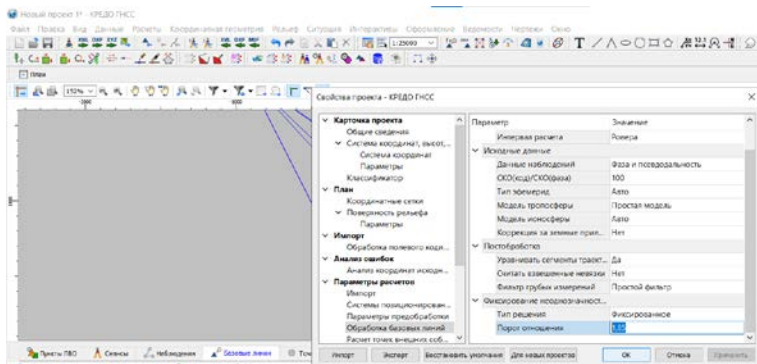
3. Оскільки спочатку не створювалася необхідна система координат, то в кінці імпорту будуть запропоновані параметри СК за замовчуванням з початковими широтою і довготою рівними широті та довготі першої імпортованої точки і зсувами на північ і схід рівними 0. Погодьтеся з ними. Встановіть масштаб 1:25000.



**Рис. 59.** *Параметри системи координат*



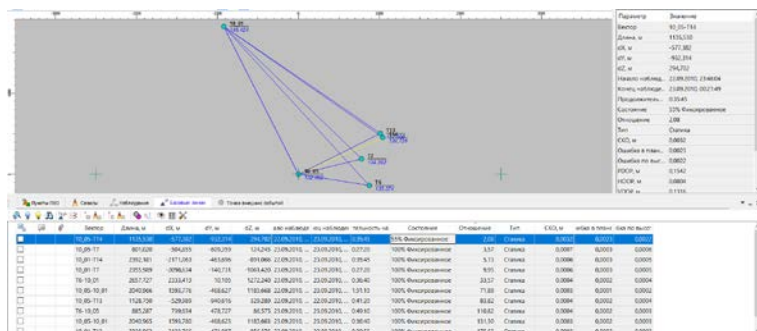
4. Перед обрахунками базових ліній відкрийте пункт меню *Файл / Властивості проекту*, виконайте відповідні налаштування проекту, зокрема *Поріг відношення* під час розрахунку фіксованого значення встановіть **1,9**.



**Рис. 60.** Діалогове вікно *Властивості проекту*

5. Виконайте розрахунок базових ліній (*Розрахунки / Розрахунок базових ліній*).

6. Проаналізуйте розрахунок базових ліній у таблиці «*Базові лінії*». За однією лінії рішення не було знайдено однозначно, тому в графі *Стан* навпроти цієї лінії «*10\_05-T14*» тип рішення «*55 % Фіксоване*».



**Рис. 61.** Розрахунок базових ліній у таблиці *Базові лінії*

7. Виконайте команду *Замикання полігонів* (*Розрахунки / Замикання полігону*).

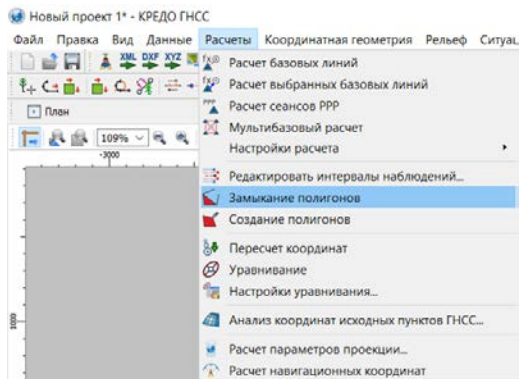


Рис. 62. Розрахунок полігонів *Замикання полігонів*

При цьому полігон, який спирається на лінії з плаваючим рішенням, забарвиться в червоний колір, інші – у зелений. Згідно з налаштуваннями, у *Файл / Параметри програми* в розділі *План / Полігони ГНСС* зелений колір полігону означає, що полігон у допуску, червоний – полігон містить недопустимі значення вимірювань. Полігон може бути в допуску, не в допуску в плані, не в допуску по висоті і не в допуску за всіма параметрами. Допуск розраховується для кожного полігону залежно від його периметра.

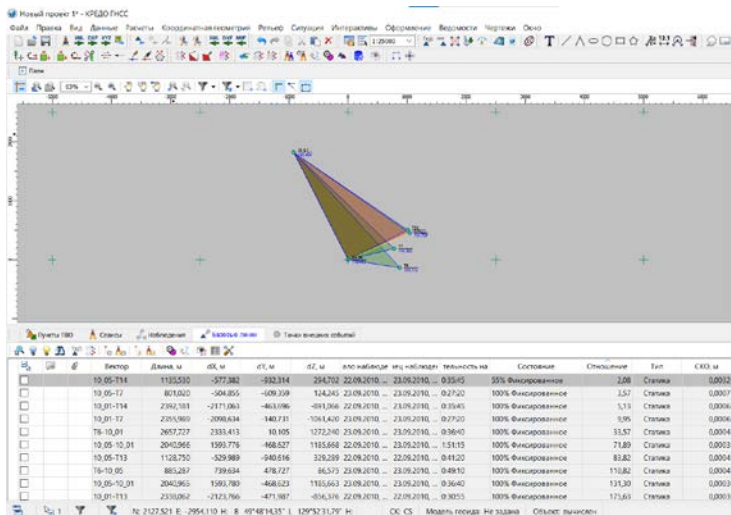


Рис. 63. Результати *Замикання полігонів*

8. Виділіть одну лінію *10\_05-T14* з плаваючим рішенням і відредагуйте параметри спостережень. Для цього у вкладці *Базові лінії* на лінії під назвою *10\_05-T14* натисніть правою кнопкою миші та оберіть пункт *Редагувати інтервали спостереження*.

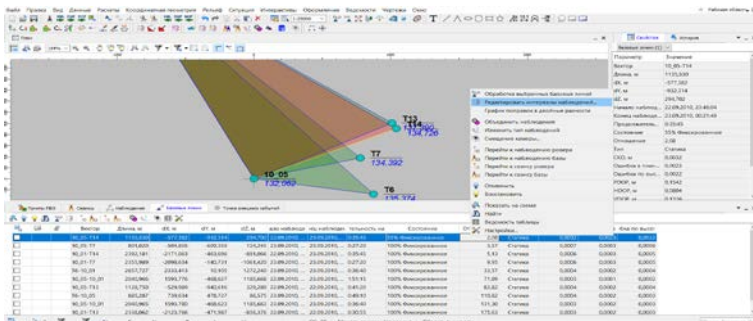


Рис. 64. Редагування лінії *10\_05-T14*

9. У вікні інтервалів спостереження вимкніть дані від супутників, які мають переривчасті результати спостереження (*G25; G30; G32*) і закрийте діалогове вікно. Варто стежити за тим, щоб кількість супутників у результаті вимкнення некоректних даних спостереження була не менше чотирьох.



Рис. 65. Редагування інтервалів спостереження



**Завдання № 2**

Отримані результати оформити у Word, всі етапи виконання практичної роботи повинні бути зазначені у звіті та підтверджені відповідними скріншотами відкритих діалогових вікон. Сформовані відомості виконання практичного завдання подати у вигляді додатків.

**Практична робота № 11.**

**Розрахунок параметрів проєкції за допомогою КРЕДО ГНСС**

**Завдання:**

1. Розрахувати параметри системи координат за допомогою КРЕДО ГНСС.
2. Підготувати звіт про виконання практичної роботи.

**Хід роботи:**

Під час виконання попередньої практичної роботи на тему «Замикання полігонів за допомогою КРЕДО ГНСС» СК не було встановлено, зважаючи на це необхідно виконати перерахунок координат у місцеву систему координат. Такий перерахунок здійснюється у два етапи:

- 1) за контрольними пунктами знаходяться параметри проєкції;
- 2) на основі отриманих параметрів здійснюється розрахунок (калібрування).

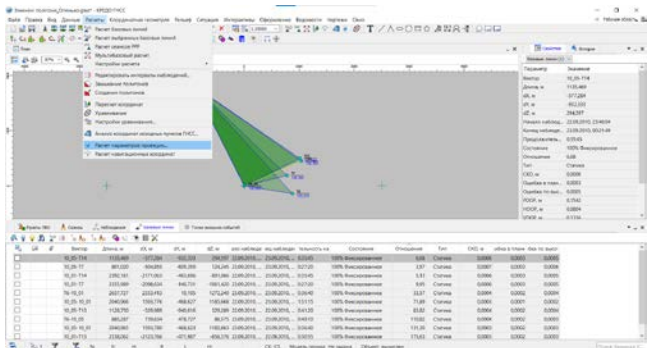
Практична робота оформлюється у вигляді звіту.

Вихідні дані для виконання практичної роботи містяться в папці «*Вихідні дані\_Розрахунок параметрів проєкції*»: файл відомих координат точок «*Для перерахунку.txt*».

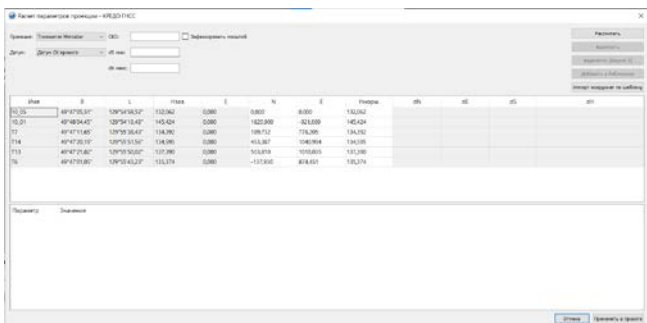
**Завдання № 1**

1. Завантажте програму і відкрийте попередній проєкт, сформований під час виконання практичної роботи на тему: «Замикання полігонів за допомогою КРЕДО ГНСС», *Зімкнені полігони\_Прізвище (студента).gnss*.

2. Активізуйте команду *Розрахунки / Розрахунок параметрів проєкції*. У діалоговому вікні *Розрахунок параметрів проєкції – КРЕДО ГНСС* відображені координати всіх точок проєкту в геодезичній СК і в робочій СК (яка створилася в процесі імпорту).

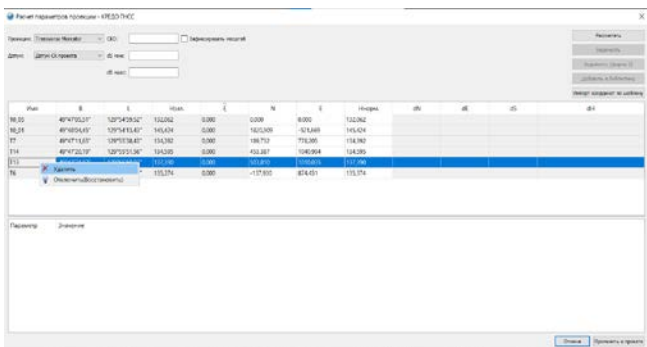


**Рис. 68.** Вибір команди *Параметрів проєкції*



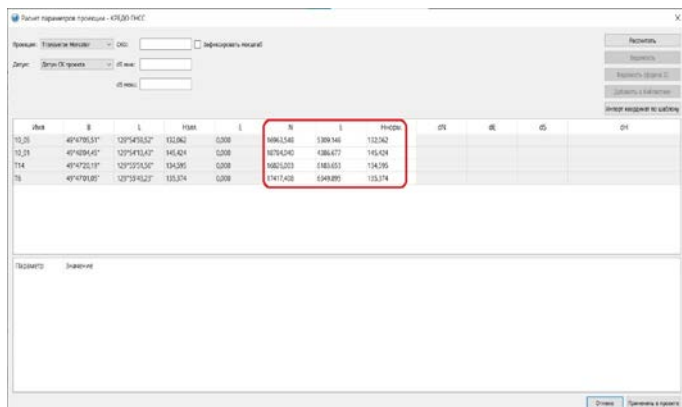
**Рис. 69.** Розрахунок *Параметрів проєкції*

3. Точки *T13*, *T7*, які не є базовими для обрахунку, видаліть зі списку (натисніть *праву клавішу миші* / *Видалити*)



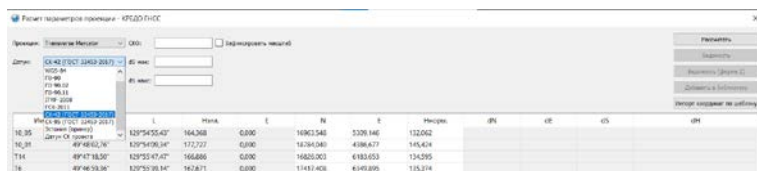
**Рис. 70.** Видалення точок *T13*, *T7*

4. Для точок 10\_01, 10\_05, T14 і T6 відомі координати в місцевій СК (файл «Для перерахунку.txt» – введення вручну). Введіть їх для відповідних точок у графу N і E.



**Рис. 71.** Введення вихідних координат точок 10\_01, 10\_05, T14 і T6

5. Замініть *Датум* для СК-42, відмітьте «Зафіксувати масштаб» та виконайте *Розрахунок*.



**Рис. 72.** Заміна датуму для СК-42



**Рис. 73.** Зафіксувати масштаб та розрахунок

5.1. Проаналізуйте отримані параметри перерахунку проекції та сформуєте *Відомість*. Виконайте команду *Додати в бібліотеку* та закрийте діалогове вікно.

Имя	X	Y	Z	Кодс	Е	W	U	V	W	U	V	W	U	V	W
10_01	49°47'08,32"	129°54'55,42"	164,364	0,000	16361,546	5309,146	152,362	-16240799,667	-3258095,185	54961156,058	32,905				
10_05	49°48'02,70"	129°54'06,14"	172,727	0,000	16294,040	4886,672	145,424	-1624025,884	-3257274,065	5494330,887	32,903				
T14	49°46'58,10"	129°50'47,47"	166,686	0,000	16626,363	6183,653	134,393	-1625129,576	-3276647,238	5493993,154	32,290				
T6	49°46'59,34"	129°55'30,14"	167,671	0,000	17417,402	4349,855	135,274	-1626697,699	-3256493,264	5497137,687	32,297				

**Рис. 74.** Формування відомостей розрахунку

5.2. Зайдіть у властивості проекту та перевірте налаштування перетвореної СК (Файл / Властивості проекту).

**Свойства проекта - КРЕДО ГНСС**

- Карточка проекта
  - Общие сведения
  - Система координат, высот, магн...
    - Система координат**
    - Параметры
    - Классификатор
- План
  - Координатные сетки
  - Поверхность рельефа
    - Параметры
- Импорт
  - Обработка полевого коди...
- Анализ ошибок
  - Анализ координат исходн...
- Параметры расчетов
  - Импорт
  - Системы позиционирован...
  - Параметры предобработки
  - Обработка базовых линий
  - Расчет точек внешних соб...

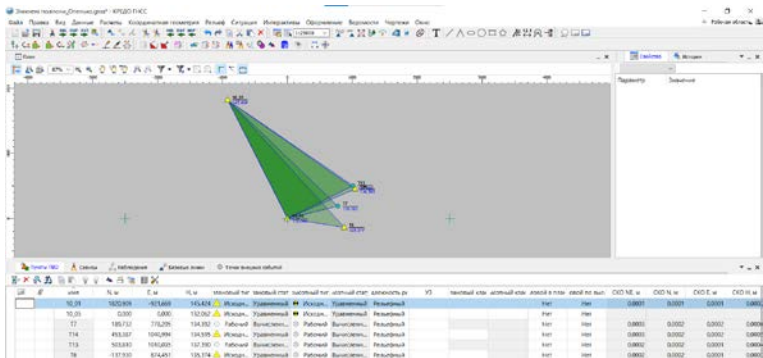
Параметр	Значение
Система ко...	CS
проекция	Transverse Mercator
datum	WGS 84
эллипсо...	WGS 1984
смещен...	0,000
смещен...	0,000
осевой ...	129°54'59,52"
W0, ***	49°47'05,51"
масшта...	1,000000000000
ширина...	Нестандартная
зона	Не задана
Датум	WGS 84
эллипсо...	WGS 1984
метод	Бурса-Вольфа
m	1,000000000000

Импорт    Экспорт    Восстановить умолчания    Для новых проектов    **OK**    Отмена    Применить

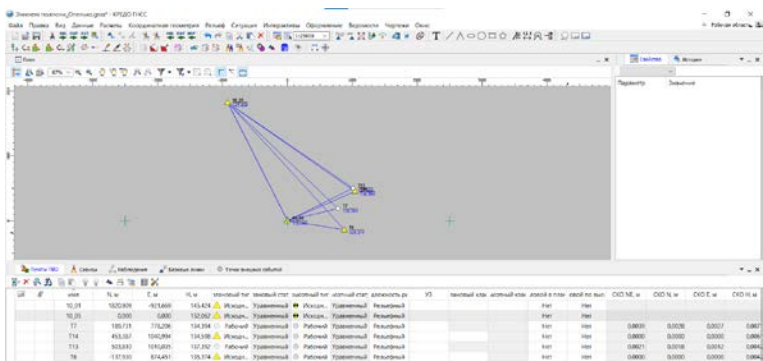
**Рис. 75.** Налаштування перетвореної СК

6. Призначте пункти 10\_01, 10\_05, T14 і T6 Вихідними по NE, пункти 10\_01 і 10\_05 – Вихідними по Н і виконайте Зрівнювання.





**Рис. 76.** Призначення вихідних пунктів



**Рис. 77.** Зрівнювання мережі з оновленими налаштуваннями

7. За результатами зрівнювання сформуєте *Відомість поправок зрівняних векторів і Каталог зрівняних координат пунктів*.

8. Збережіть проєкт з ім'ям «СК\_Прізвище (студента)».

### Завдання № 2

Отримані результати оформити у Word, всі етапи виконання практичної роботи повинні бути зазначені у звіті та підтверджені відповідними скріншотами відкритих діалогових вікон. Сформовані відомості виконання практичного завдання подати у вигляді додатків.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

---

1. Андрієвський С. М., Климишин І. А. Курс загальної астрономії : навч. посіб. Одеса : Астропринт, 2007. 480 с.
2. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. В 2 т. М. : Картгеоцентр, 2005. Т. 1. 334 с.
3. Генике А. А., Побединский Г. Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их использование в геодезии. М. : Картгеоцентр, 2004. 355 с.
4. Головки М. В., Крячко І. П. Астрономія : навч. посіб. К. : ТОВ «КОНВІ ПРІНТ», 2018. 272 с.
5. Гофман-Велленгоф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика. К. : Наукова думка, 1996. 380 с.
6. Єгоров О. І. Основи супутникової геодезії. Геометричні методи. К. : Київський національний університет будівництва і архітектури, 2011. 192 с.
7. Єгоров О. І. Основи супутникової геодезії. Геометричні методи. К. : КНУБіА, 2011. 192 с.
8. Єгоров О. І., Староверов В. С., Ковальов М. В. Супутникова геодезія : конспект лекцій для студентів напряму 6.080101 «Геодезія, картографія та землеустрій». К. : НУБіП України, 2010. 75 с.
9. Єгоров О. І., Староверов В. С., Ковальов М. В. Супутникова геодезія : методичні вказівки для самостійної роботи та виконання лабораторних робіт для студентів напряму 6.080101 «Геодезія, картографія та землеустрій». К. : НУБіП України, 2009. 35 с.
10. Єгоров О. І., Староверов В. С., Ковальов М. В. Супутникова геодезія : конспект лекцій. К. : НУБіП України, 2010. 74 с.
11. Єгоров О. І., Староверов В. С., Нестеренко О. В., Ковальов М. В. Супутникова геодезія : методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів спеціальності 7.070904 «Землепорядкування та кадастр». К. : НУБіП України, 2016. 25 с.
12. Жаров В. Е. Сферическая астрономия. М., 2006. 480 с.
13. Марков В. І. Основи космічної геодезії : підручник. Кіровоград : ДЛАУ, 2002. 236 с.
14. Марченко О. М., Третяк К. Р., Ярема Н. П. Референсні системи в геодезії : підручник. Львів : Львівська політехніка, 2018. 244 с.
15. Пилип'юк Р. Г., Пилип'юк Р. Р. Супутникова геодезія та сферична астрономія (розділ сферична астрономія) : лабораторний прак-

- тикум / Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2018. 69 с. URL: <http://194.44.112.13/chytalna/6327/index.html>.
16. Савчук С. Г. Основи формування геодезичної референцної системи України : дис. ... д-ра техн. наук : 05.24.01. Львів : Національний університет «Львівська політехніка», 2005.
  17. Сферична астрономія : навч. посіб. / Ф. Д. Заблоцький та ін. Львів : Львівська політехніка, 2019. 152 с.
  18. Черняга П. Г., Бялик І. М., Янчук Р. М. Супутникова геодезія : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2013. 221 с.
  19. Шумаков Ф. Т. Супутникова геодезія : конспект лекцій. Харків : ХНАМГ, 2009.
  20. Accuracy of geodetic surveys in cadastral registration of real estate: value of land as determining factor. *18th International Scientific Conference. Engineering for Rural Development*. A. Martyn et al. 1985. 22–24.05.2019 Jelgava, LATVIA. P. 1818–1825. URL: <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2019/Papers/N236.pdf>.

# ДОДАТКИ

---

Додаток А

Міністерство освіти і науки України  
Чорноморський національний університет імені Петра Могили  
Факультет економічних наук  
Кафедра управління земельними ресурсами

Практична робота № \_\_\_\_  
на тему: «Програмне забезпечення для обробки супутникових  
геодезичних вимірювань КРЕДО ГНСС»

Виконав:  
студент(-ка) \_\_\_\_ курсу  
факультету економічних наук,  
групи № \_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(ПІБ)

Перевірив:  
\_\_\_\_\_

Миколаїв \_\_\_\_\_

1. Ознайомитись із можливостями та функціоналом програмного забезпечення «КРЕДО ГНСС»

*Методики супутникових вимірювань.* Під час виконання супутникових геодезичних вимірювань користувач отримує дані спостереження з приймачів. Основним елементом розрахунків є \_\_\_\_\_ – лінія, яка з'єднує точки стояння приймачів, які вели спостереження одночасно. У базовій лінії один з приймачів є \_\_\_\_\_ (стоїть на точці з відомими координатами), другий – \_\_\_\_\_ (у разі відсутності координат або якщо обидва приймача стоять на точках з відомими координатами, базовим вважається приймач, який довше збирав інформацію). Оброблена базава лінія стає вектором. Вектор може бути з фіксованим рішенням і плаваючим.

Існує кілька способів супутникових вимірювань:

*Статика* – \_\_\_\_\_.

*Stop&Go* – \_\_\_\_\_.

*Кінематика* – \_\_\_\_\_.

#### Призначення КРЕДО ГНСС

Система КРЕДО ГНСС призначена для \_\_\_\_\_.

При цьому безпосередньо до вимірів відносяться:

– псевдодальності \_\_\_\_\_;

– фаза \_\_\_\_\_;

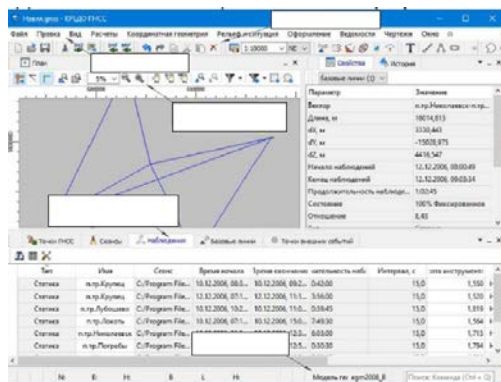
– епоха \_\_\_\_\_.

Додатковими даними, необхідними для розрахунків, є ефемериди \_\_\_\_\_.

1. Вивчити інтерфейс КРЕДО ГНСС.

*Відкрити файл «Інтерфейс.gnss» у папці з вихідними даними «Вихідні дані Інтерфейс КРЕДО ГНСС».*

Класичний тип інтерфейсу містить головне меню, панелі інструментів і вікна даних (рис. 1).



**Рис. 1.** Класичний тип інтерфейсу

У КРЕДО ГНСС основними таблицями є:

Точки ГНСС \_\_\_\_\_.

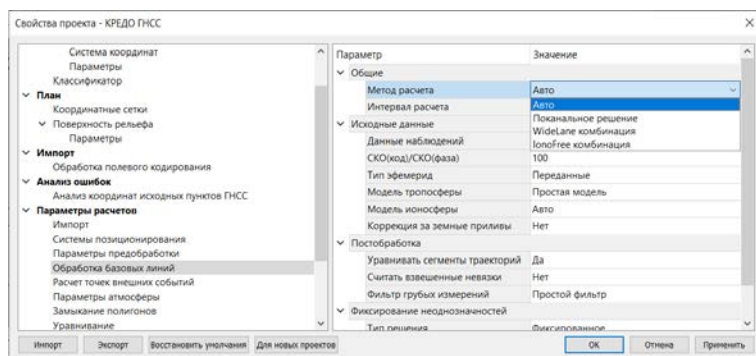
Спостереження \_\_\_\_\_.

Сеанси \_\_\_\_\_.

Базові лінії \_\_\_\_\_.

У діалоговому вікні «*Властивості проекту*» (Файл / *Властивості проекту*) (рис. 2) редагуються властивості, які використовуються для оформлення креслень і відомостей, параметри розрахунків, систем координат тощо.

У програмі реалізовані такі методи розрахунку базових ліній (БЛ):



**Рис. 2.** Діалогове вікно *Властивості проекту*

Авто \_\_\_\_\_.

Поканальне рішення \_\_\_\_\_.

WideLane \_\_\_\_\_.

Iono-Free \_\_\_\_\_.

# ДЛЯ НОТАТОК

---

*Навчальне видання*

*Іван Анатолійович  
ОПЕНЬКО,  
Роман Анатолійович  
ДЕМ'ЯНЕНКО,  
Микола Вячеславович  
КОВАЛЬОВ*

## **СУПУТНИКОВА ГЕОДЕЗІЯ ТА СФЕРИЧНА АСТРОНОМІЯ:**

до виконання практичних і самостійних робіт  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня  
за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій»  
галузі знань 19 «Архітектура та будівництво»

*Методичні вказівки*

Випуск 397

---

Редактор *А. Бурмус.*

Технічний редактор *О. Петроченко.* Комп'ютерна верстка *Н. Кардаш.*  
Друк *С. Волинець.* Фальцювально-палітурні роботи *О. Мішалкіна.*

Підписано до друку 24.09.2021.

Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір офсет.

Гарнітура «Times New Roman». Друк ризограф.

Ум. друк. арк. 5,12. Обл.-вид. арк. 2,38.

Тираж 5 пр. Зам. № 6537.

Видавець і виготовлювач: ЧНУ ім. Петра Могили.

54003, м. Миколаїв, вул. 68 Десантників, 10.

Тел.: 8 (0512) 50–03–32, 8 (0512) 76–55–81, e-mail: rector@chmnu.edu.ua.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6124 від 05.04.2018.