Міністерство освіти і науки України
Чорноморський національний університет імені Петра Могили

Ю. П. Кондратенко,
Г. В. Кондратенко,
Є. В. Сіденко

НЕЧІТКІ МНОЖИНИ ТА НЕЧІТКА ЛОГІКА

Методичні рекомендації та вказівки
для виконання лабораторних робіт
студентами спеціальності 122 «Комп’ютерні науки»

Випуск 267

ЧНУ
ВИДАВНИЦТВО
Миколаїв – 2019

УДК 510.3+510.6](076)
К 64

Рекомендовано до друку вченою радою Чорноморського національного університету імені Петра Могили (протокол № 5 від 17.01.2019 р.).

Рецензенти:
Атаманюк І. П. – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої та прикладної математики Миколаївського національного аграрного університету;
Гожий О. П. – д-р техн. наук, доцент, професор кафедри комп'ютерної інженерії Чорноморського національного університет імені Петра Могили.

К 64 Кондратенко Ю. П. Нечіткі множини та нечітка логіка. Методичні рекомендації та вказівки для виконання лабораторних робіт студентами спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / Ю. П. Кондратенко, Г. В. Кондратенко, Є. В. Сіденко ; під ред. д-р техн. наук, професор Ю. П. Кондратенка. – Миколаїв : ЧНУ ім. Петра Могили, 2019. – 36 с. (Методична серія ; вип. 267).

Методичні рекомендації та вказівки містять завдання для самостійного виконання студентами лабораторних робіт під час вивчення основ теорії нечітких множин та нечіткої логіки. Поряд із теоретичними відомостями наводяться приклади виконання завдань, програмно-алгоритмічні рішення, вимоги до оформлення звітів та контрольні запитання.

Методичні рекомендації та вказівки призначені для аспірантів, магістрів та бакалаврів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», що вивчають дисципліни «Нечіткі множини та нечітка логіка», «Основи нечіткої логіки», «Моделі і методи нечіткої логіки», «Основи Fuzzy Logic», «Нечіткі моделі та методи обчислювального інтелекту», «Програмне забезпечення інтелектуальних систем».

УДК 510.3+510.6](076)

ISSN 1811-492X

ЗМІСТ

ВСТУП

Підвищення ефективності систем підтримки прийняття рішень та управління в реальному часі в умовах невизначеності пов'язане з розробкою нових методів для обробки нечіткої інформації та великих масивів даних, приймаючи до уваги динамічну природу сигналів від реальних об'єктів. Нині існує ряд математичних методів, алгоритмів і підходів, розроблених на основі теорії обчислювального інтелекту, машинного навчання, м'яких обчислень та останніх досягнень у когнітивних обчисленнях. Спеціальної уваги приділяють застосуванню теорії нечітких множин, нечіткої логіки та нечіткої оптимізації як потужного інструментарію для аналізу і обробки даних при розв'язанні реальних проблем в умовах невизначеності.

Уперше теоретичні засади нечітких множин та нечіткої логіки були опубліковані професором Лотфі Заде (Каліфорнійський університет, Берклі) у 1965 р. в журналі «Information and Control» [Zadeh, L.: Fuzzy sets. Information and Control 8 (3), 338–353 (1965)]. У подальшому, вчені з різних країн світу внесли значний внесок у теорію нечіткої логіки та її застосування в управлінні, прийнятті рішень і обробці сигналів для дослідження різних комплексних систем у техніці, економіці, менеджменті та ін.

Використання сучасних комп'ютерних технологій суттєво розширює можливості дослідження методів теорії нечітких множин та нечіткої логіки, зокрема обчислювальні середовища FuzzyTECH та MATLAB забезпечують можливість використання блочно-структурних моделей для дослідження різних типів систем прийняття рішень та управління в умовах невизначеності.

Методичні рекомендації містять основні теоретичні відомості та вказівки для виконання 8-ми лабораторних робіт для закріплення студентами знань під час вивчення дисципліни «Нечіткі множини та нечітка логіка» за розділами:

- інтервали довіри та арифметичні операції над ними;
- нечіткі множини та нечіткі числа, їх моделі, характеристики та властивості;
- арифметичні операції над нечіткими числами на основі моделей альфа-перерізів;
- типові функції належності нечітких множин та їх математичні моделі;
- принцип узагальнення Заде, MAX-MIN згортка нечітких чисел;
- порівняння нечітких чисел на основі обчислення відстаней між ними за Евклідовою та Хемінговою метриками;
- індекси нечіткості нечітких множин та чисел;
- прикладні аспекти застосування нечіткої логіки.

Крім того, в методичних рекомендаціях наведені приклади виконання завдань з кожної лабораторної роботи, програмно-алгоритмічні рішення, вимоги до оформлення звітів та контрольні запитання.

Лабораторні роботи № 1–2
ОПЕРАЦІЇ НАД ІНТЕРВАЛАМИ ДОВІРИ

Мета: Розробка програмного забезпечення для виконання операцій над інтервалами довіри.

Теоретичні відомості

Якщо *x* належить до множини дійсних чисел ($x \in R$), то **інтервалом довіри** називається такий інтервал $a_1 a_2$, в якому *x* має обов'язково знаходитись:

$$a_1 \le x \le a_2 . \tag{1}$$

Інтервал позначається великою латинською літерою $A = [a_1, a_2]$. Квадратні дужки означають, що інтервал є закритим (тобто *x* може приймати і граничні значення інтервалу). Над інтервалами довіри можна виконувати наступні операції $\forall A = [a_1, a_2], \forall B = [b_1, b_2]$:

1. **Додавання інтервалів довіри**

$$A(+)B = [a_1 + b_1, a_2 + b_2], \quad \forall A, B \in R . \tag{2}$$

2. **Віднімання інтервалів довіри**

$$A(-)B = [a_1 - b_2, a_2 - b_1], \quad \forall A, B \in R . \tag{3}$$

3. **Представлення чіткого числа у вигляді інтервалу довіри**

Нехай *L* – чітке число, у вигляді інтервалу довіри число *L* можна представити так:

$$L = [l, l]. \tag{4}$$

4. **Відображення інтервалу довіри**

$$A^{-} = [-a_2, -a_1], \quad \forall A \in R . \tag{5}$$

5. **Множення інтервалів довіри**

$$A(\cdot)B = \left[\min(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2), \max(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2)\right], \quad \forall A, B \in R . \tag{6}$$

Якщо перемножуються декілька інтервалів довіри, то нижня границя дорівнюватиме найменшому значенню, а верхня границя – найбільшому значенню з усіх можливих комбінацій добутків границь інтервалів довіри.

6. **Ділення інтервалів довіри**

$$A(:)B = \left[\frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}\right], \quad \forall A, B \in R^{+} . \tag{7}$$

Під час розробки програмного забезпечення необхідно також перевірити гіпотезу для операції ділення:

$$A(:)B = \left[\min\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}\right), \max\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}\right)\right], \quad \forall A, B \in R . \tag{7'}$$

7. **Інверсія інтервалу довіри**

$$A^{-1} = \left[\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1}\right], \quad \forall A \in R^{+} . \tag{8}$$

8. **Множення (ділення) інтервалу довіри на невід'ємне число**

Об'єднуючи формули (4) та (6), та враховуючи, що операцію ділення на чітке число *k* завжди можна замінити операцією множення на число $\frac{1}{k}$, отримуємо:

$$A(\cdot)k = [k \cdot a_1, k \cdot a_2], \quad \forall A \in R, \quad k > 0. \tag{9}$$

9. Знаходження максимуму двох інтервалів

$$A(\vee)B = [a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2], \quad \forall A, B \in R. \tag{10}$$

10. Знаходження мінімуму двох інтервалів

$$A(\wedge)B = [a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2], \quad \forall A, B \in R. \tag{11}$$

Завдання

1. Розробити програмне забезпечення (програмну реалізацію) з графічним інтерфейсом для виконання операцій над інтервалами довіри *A, B, C* (для перевірки працездатності програми границі інтервалів довіри задані в таблиці 1):

– для лабораторної роботи № 1: операції (2) – (6);

– для лабораторної роботи № 2: операції (7) – (11), а також гіпотеза (7’).

Мова програмування – на вибір студента.

Таблиця 1.

Завдання по варіантах для лабораторних робіт № 1–2

Варіант	Інтервали довіри			Чітке число
	A	*B*	*C*	*k*
1	[1, 3]	[–2, 6]	[7, 10]	5
2	[–2, 5]	[3, 4]	[–5, 1]	7
3	[0, 4]	[–3, 6]	[1, 7]	–4
4	[–5, 9]	[–1, 6]	[7, 8]	2
5	[3, 10]	[–8, 2]	[2, 6]	–5
6	[–4, 1]	[1, 4]	[7, 9]	–3
7	[1, 7]	[2, 4]	[–6, –1]	3
8	[-8, 2]	[–1, 1]	[4, 10]	–6
9	[0, 3]	[–2, 2]	[–5, 7]	–1
10	[–5, 5]	[–4, –2]	[3, 4]	8

2. Перевірити роботу програми на прикладах:

для лабораторної роботи № 1:

1) $A(+)B(-)C$;

2) $A(+)B^{-}(-)C$;

3) $C^{-}(+)k$;

4) $k(-)B$.

для лабораторної роботи № 2:

1) $A(\cdot)C$;

2) $B(:)A$;

3) $A(\wedge)B^{-1}$;

4) $C(\vee)A$.

Приклад виконання роботи

Головне вікно розробленого програмного забезпечення для виконання операцій над інтервалами довіри показано на рис. 1.

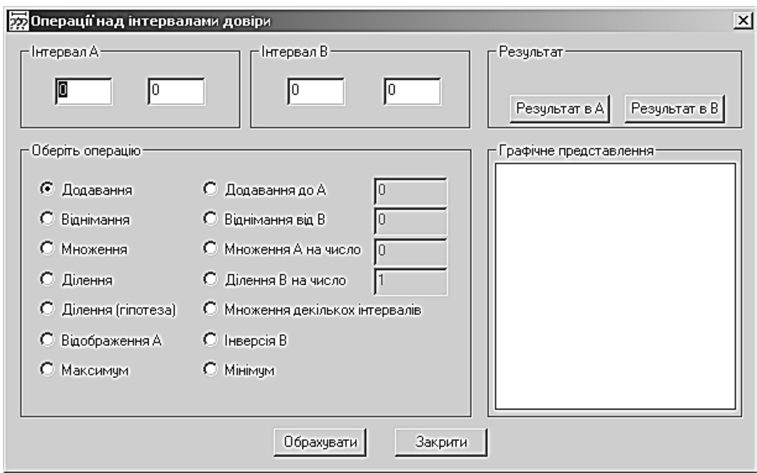


Рис. 1. Головне вікно програми для виконання операцій над інтервалами довіри

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть границі інтервалів у поля **«Інтервал А»**, **«Інтервал В»**.

2. Оберіть необхідну операцію зі списку операцій. Для деяких операцій необхідно буде ввести додаткові дані (наприклад, при додаванні до А, необхідно ввести чітке число, яке додаватиметься до інтервалу А).

3. Натисніть кнопку **«Обрахувати»**. Якщо ви обрали операцію **«Множення декількох інтервалів»**, то з'являться додаткові вікна, в яких необхідно буде ввести кількість інтервалів, що перемножуються і значення границь для кожного інтервалу (рис. 2).

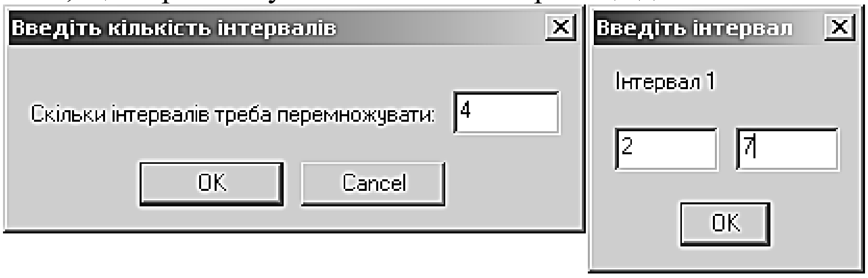


Рис. 2. Вікна для вводу інформації при множенні декількох інтервалів

4. Результат розрахунків буде показано в полі **«Результат»**, також, якщо не було обрано операцію множення декількох інтервалів, буде показано графічне представлення результату (у цьому випадку графічне представлення показується не в масштабі, а лише відносне розташування границь) (рис. 3).

Рис. 3. Результат роботи програми: $A=[a_1,a_2], B=[b_1,b_2]$ – інтервали довіри;

$R=[r_1,r_2]$ – результат операції

5. Якщо над інтервалами необхідно виконувати послідовність із декількох операцій, то можна скористатися кнопками **«Результат в А»** і **«Результат в В»**, завдяки яким результат виконання попередньої операції можна зробити першим або другим операндом для наступної операції.

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

- назву та мету виконання лабораторної роботи;
- теоретичні відомості щодо інтервалів довіри та операцій над ними;

– результати роботи програмного забезпечення під час виконання усіх операцій над інтервалами довіри (2)–(11), включно з операцією «Множення декількох інтервалів» (рис. 2);
– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Визначення інтервалу довіри.
2. Операція віднімання інтервалів довіри.
3. Основні властивості операцій над інтервалами довіри.
4. Операція множення інтервалів довіри.
5. Операції відображення та інверсії над інтервалами довіри.

Лабораторна робота № 3
ПРЯМІ ТА ІНВЕРСНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ДОДАВАННЯ НЕЧІТКИХ МНОЖИН НА ОСНОВІ α-ПЕРЕРІЗІВ

Мета: Розробка програмного забезпечення для реалізації прямих та інверсних моделей при додаванні нечітких множин на основі α-перерізів.

Теоретичні відомості

Нечіткою множиною $\underset{\sim}{A}$, що задана на універсальній множині *E,* називають сукупність пар чисел $\left(x, \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\right)$, де $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,1]$, а $x \in E$, і при цьому функцію $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ називають ***функцією належності***, що відповідає ступеню належності (істинності) елемента x до множини $\underset{\sim}{A}$.

Універсальна множина *E* – множина всіх дійсних чисел $\mu_E(x) = 1$.

Множину $\underset{\sim}{A}$ називають **опуклою,** якщо кожна підмножина A_α для α-перерізу відповідає умові:

$$A_\alpha = \left\{x |\ \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \ge \alpha\right\}, \alpha \in [0,1], \tag{12}$$

де α – ступінь належності до нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$.

Для опуклої нечіткої множини має виконуватись наступне співвідношення:

$$\forall \lambda \in [0,1]\ \mu_{\underset{\sim}{A}}\left(\lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot x_2\right) \ge \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1) \wedge \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2);\ x_1, x_2 \in R; x_1, x_2 \in A_\alpha. \tag{13}$$

Множину $\underset{\sim}{A}$ називають **нормальною,** за умови: максимальне значення серед функцій належності для всіх значень x дорівнює 1.

Нечітким числом називають нечітку множину $\underset{\sim}{A}$, якщо її функція належності є опуклою і нормальною.

Нечітке трикутне число – нечітке число, яке має трикутну форму функції належності.

Нечітке число $\underset{\sim}{A}$ трикутної форми записують наступним чином:

$$\underset{\sim}{A} = \left(a_1, a_0, a_2\right), \tag{14}$$

де a_1 та a_2 відповідно нижня і верхня границі інтервалу, на якому задана нечітка множина (тобто $\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_1) = 0, \mu_{\underset{\sim}{A}}(a_2) = 0$); a_0 – елемент множини $\underset{\sim}{A}$, для якого функція належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_0) = 1$.

Додавання нечітких чисел

Усі алгоритми операцій над нечіткими числами базуються на операціях над інтервалами довіри, які являють собою перерізи для усіх значень $\alpha \in [0,1]$.

$$A_\alpha (+) B_\alpha = \left[a_1(\alpha) + b_1(\alpha), a_2(\alpha) + b_2(\alpha)\right], \tag{15}$$

де $A_\alpha = \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right], B_\alpha = \left[b_1(\alpha), b_2(\alpha)\right], \quad \forall A, B \in R$.

Математичний вираз функції належності для трикутного числа має наступний вигляд (пряма модель $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$):

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } (x \le a_1) \cup (x \ge a_2) \\ \dfrac{x - a_1}{a_0 - a_1}, \text{ при } a_1 < x \le a_0 \\ \dfrac{a_2 - x}{a_2 - a_0}, \text{ при } a_0 < x < a_2 \end{cases}. \tag{16}$$

Від прямої моделі (16) можна перейти до запису моделі нечіткого числа у вигляді α-перерізів (інверсна модель $A_\alpha, \alpha \in [0,1]$):

– для лівої гілки:

$$\alpha = \frac{a_1(\alpha) - a_1}{a_0 - a_1} \Rightarrow a_1(\alpha) = a_1 + \alpha \cdot (a_0 - a_1); \tag{17}$$

– для правої гілки:

$$\alpha = \frac{a_2 - a_2(\alpha)}{a_2 - a_0} \Rightarrow a_2(\alpha) = a_2 - \alpha \cdot (a_2 - a_0). \tag{18}$$

Таким чином, з (15), (17) та (18) отримуємо:

$$A_\alpha(+)B_\alpha = \begin{bmatrix} (a_1 + \alpha \cdot (a_0 - a_1)) + (b_1 + \alpha \cdot (b_0 - b_1)), \\ (a_2 - \alpha \cdot (a_2 - a_0)) + (b_2 - \alpha \cdot (b_2 - b_0)) \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Звідси маємо:

$$A_\alpha(+)B_\alpha = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 + \alpha \cdot (a_0 - a_1 + b_0 - b_1), \\ a_2 + b_2 - \alpha \cdot (a_2 - a_0 + b_2 - b_0) \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Завдання

1. Розробити програмне забезпечення прямих та інверсних моделей для додавання нечітких множин на основі α-перерізів. Мова програмування – на вибір студента.
2. Результати операції додавання представити у вигляді (14), (16), у вигляді α-перерізів (згідно з (17) і (18)) та графічно (у масштабі).
3. Передбачити можливість розрахунку значення функції належності для кожного із нечітких чисел при будь-якому значенні координати x.
4. Забезпечити можливість розрахунку параметрів інверсних моделей $A_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$, $B_\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$, $C_\alpha = [c_1(\alpha), c_2(\alpha)]$ при будь-якому значенні α-перерізу, $\alpha \in [0,1]$.
5. Перевірити роботу програми на нечітких числах з таблиці 2.

Таблиця 2.

Завдання по варіантах для лабораторної роботи № 3

Варіант	$\underset{\sim}{A}_1$	$\underset{\sim}{B}_1$	$\underset{\sim}{A}_2$	$\underset{\sim}{B}_2$
1	(–1, 4, 7)	(4, 7, 8)	(–5, –2, 0)	(–3, 4, 7)
2	(–3, –2, 3)	(2, 4, 6)	(0, 1, 6)	(–2, –1, 4)
3	(–5, 3, 8)	(–1, 3, 7)	(–6, 2, 7)	(4, 5, 8)
4	(7, 8, 9)	(–2, 0, 4)	(1, 3, 5)	(–4, –2, –1)
5	(2, 6, 8)	(–3, 5, 6)	(–2, 4, 8)	(–7, –4, 0)
6	(–3, 5, 10)	(2, 4, 7)	(–1, 7, 8)	(0, 2, 6)
7	(4, 9, 10)	(–6, 2, 5)	(4, 6, 9)	(–8, –5, 3)
8	(–6, –3, –1)	(3, 5, 7)	(–6, 0, 4)	(4, 7, 9)
9	(3, 5, 8)	(–2, –1, 0)	(–6, –4, 2)	(–2, 0, 5)
10	(–3, 7, 9)	(1, 3, 5)	(1, 2, 6)	(–3, –2, 0)

Приклад виконання роботи

Головне вікно розробленого програмного забезпечення має вигляд, як показано на рис. 4. Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення $\left(a_1, a_0, a_2\right)$ та $\left(b_1, b_0, b_2\right)$ у поля **«Нечітке число А»** та **«Нечітке число В»**.

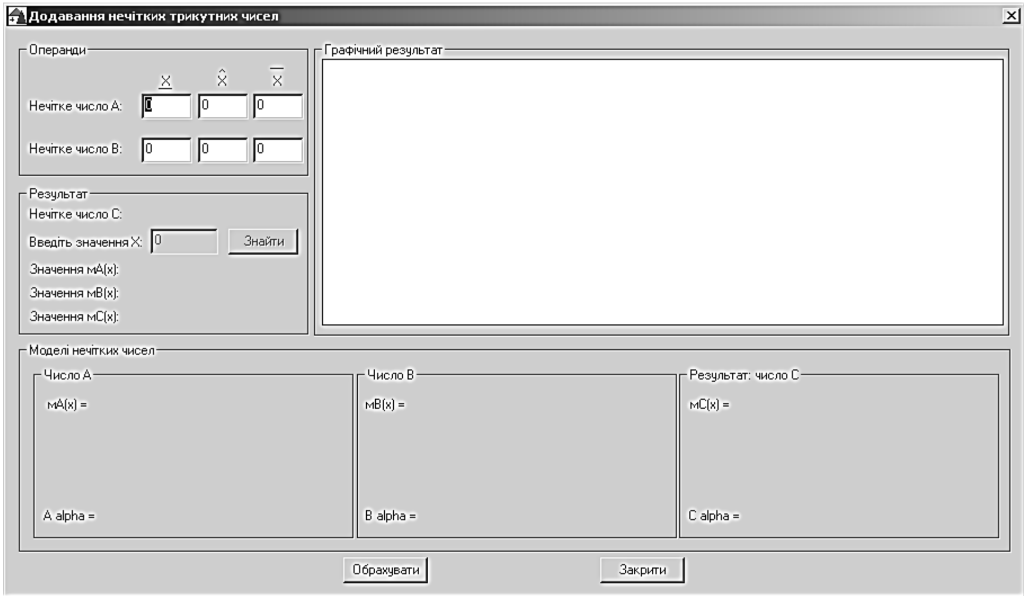


Рис. 4. Головне вікно програмного забезпечення для розрахунку додавання двох нечітких множин з трикутною формою функції належності

2. Натисніть кнопку **«Обрахувати»**. Якщо значення були введені невірно, то про це вас повідомить програма.

3. Результат розрахунків буде показано в полі **«Результат»**. Також для всіх трьох чисел буде показано математичний вираз функцій належності (пряма модель), представлення у вигляді α -перерізів – інверсна модель (рис. 5) і графічний результат (рис. 6).

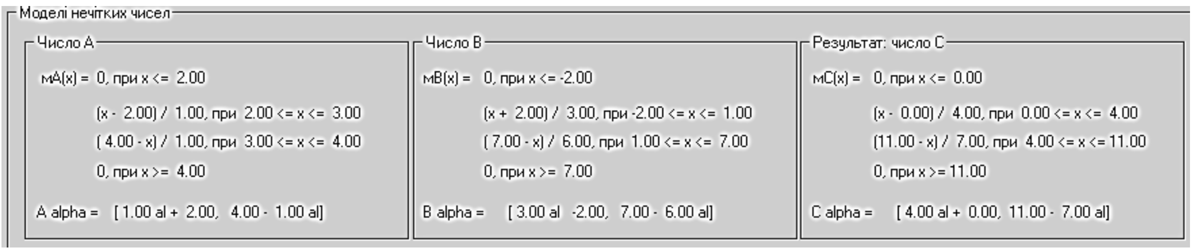


Рис. 5. Прямі та інверсні моделі нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$ та $\underset{\sim}{C}$

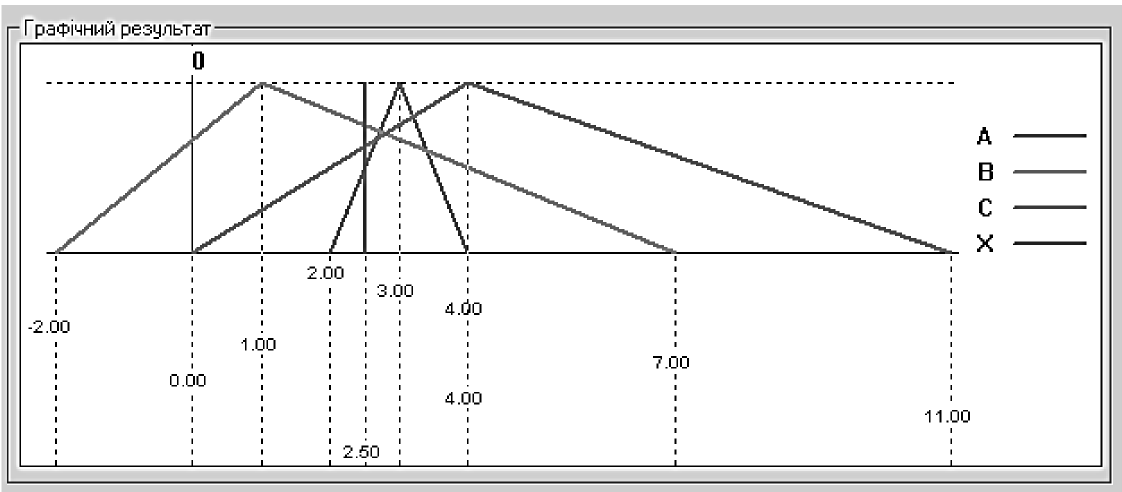


Рис. 6. Графічне представлення результату додавання двох трикутних чисел $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$

4. Для кожного нечіткого числа можна розрахувати значення функції належності, що відповідає координаті *x*. Значення *x* необхідно ввести в поле **«Введіть значення X»** і натиснути кнопку **«Знайти».** Результат буде представлено для кожного нечіткого числа у чисельному вигляді (рис. 7) і графічно (рис. 6, бузковий колір)

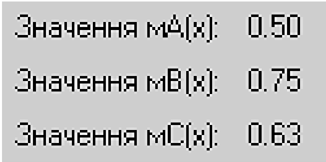


Рис. 7. Розраховані значення функції належності для кожного із нечітких чисел відповідно до введеного значення x

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо нечітких множин, нечітких трикутних чисел, їх прямих та інверсних моделей, операцій додавання;

– результати роботи програмної реалізації під час виконання операції додавання, прямі та інверсні моделі нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$ та $\underset{\sim}{C}$, графічне представлення нечітких чисел;

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб при необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття нечітких множин та нечітких чисел.
2. Опуклість нечіткої множини.
3. Нормальність нечіткої множини.
4. Властивості нечітких множин.
5. Пряма та інверсна моделі нечітких трикутних чисел.
6. Операція додавання нечітких трикутних чисел.

Лабораторна робота № 4
ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ БУНКЕРУВАННЯ СУДЕН В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ НА ОСНОВІ ОПЕРАЦІЙ З НЕЧІТКИМИ ТРИКУТНИМИ ЧИСЛАМИ

Мета: Розробка програмного забезпечення для дослідження процесів бункерування суден в умовах невизначеності на основі операцій з нечіткими трикутними числами. При цьому, замовлення портів мають нечіткий характер і задаються нечіткими числами з трикутною формою функції належності.

Теоретичні відомості

Теоретичні відомості з нечітких множин і нечітких чисел представлені у теоретичній частині лабораторної роботи № 3.

Віднімання нечітких чисел

Представимо операцію віднімання нечітких чисел через операцію віднімання інтервалів довіри (оскільки інтервали довіри являють собою перерізи для всіх значень $\alpha \in [0,1]$).

$$A_\alpha(-)B_\alpha = \left[a_1(\alpha) - b_2(\alpha), a_2(\alpha) - b_1(\alpha)\right], \quad (21)$$

де $A_\alpha = \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right], B_\alpha = \left[b_1(\alpha), b_2(\alpha)\right], \quad \forall \underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B} \in R$.

На основі (21), враховуючи (17) і (18), отримуємо:

$$A_\alpha(-)B_\alpha = \begin{bmatrix} \left(a_1 + \alpha \cdot (a_0 - a_1)\right) - \left(b_2 - \alpha \cdot (b_2 - b_0)\right), \\ \left(a_2 - \alpha \cdot (a_2 - a_0)\right) - \left(b_1 + \alpha \cdot (b_0 - b_1)\right) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

У результаті перегрупування складових у (22) маємо:

$$A_\alpha(-)B_\alpha = \begin{bmatrix} a_1 - b_2 + \alpha \cdot \left(a_0 - a_1 + b_2 - b_0\right), \\ a_2 - b_1 - \alpha \cdot \left(a_2 - a_0 + b_0 - b_1\right) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Принцип організації процесів бункерування суден

На початковому етапі на танкері знаходиться визначена кількість палива (чітке число), що відповідає вантажомісткості танкера $\underset{\sim}{Q_0}$.

Замовлення портів A_i мають нечіткий характер. Для визначення кількості палива, що залишилось на танкері після обслуговування 1-го порту, необхідно від чіткого числа (загальна кількість палива на танкері) відняти нечітке число (замовлення порту). Після цього залишок палива на танкері також стає нечітким числом. Танкер може здійснювати обслуговування портів до того моменту, поки залишок палива перевищуватиме замовлення порту. Коли відповідна умова не виконується, то виникає конфліктна ситуація, і обслуговування портів означеним танкером припиняється. Останнє замовлення (на якому виникла конфліктна ситуація) не враховується у загальній кількості виконаних замовлень. Процес бункерування суден проілюстровано на рис. 8.

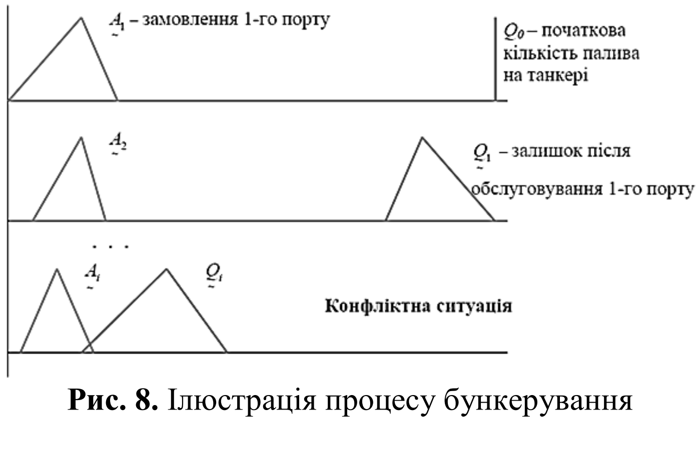


Рис. 8. Ілюстрація процесу бункерування

Завдання

Розробити програмне забезпечення для моделювання процесу бункерування суден в умовах невизначеності. Мова програмування – на вибір студента. Передбачити можливість введення вантажомісткості $\underset{\sim}{Q}_0$ танкера користувачем. Замовлення портів $\underset{\sim}{A}_i$ визначаються за допомогою генератора випадкових чисел (замовлення порту не може бути меншим за 50 тон і не має перевищувати вантажомісткість танкера).

Приклад виконання роботи

Головне вікно розробленого програмного забезпечення має вигляд, як показано на рис. 9. Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення кількості палива на танкері в поле **«Кількість палива на танкері»** і натисніть кнопку **«Обрахувати»**.

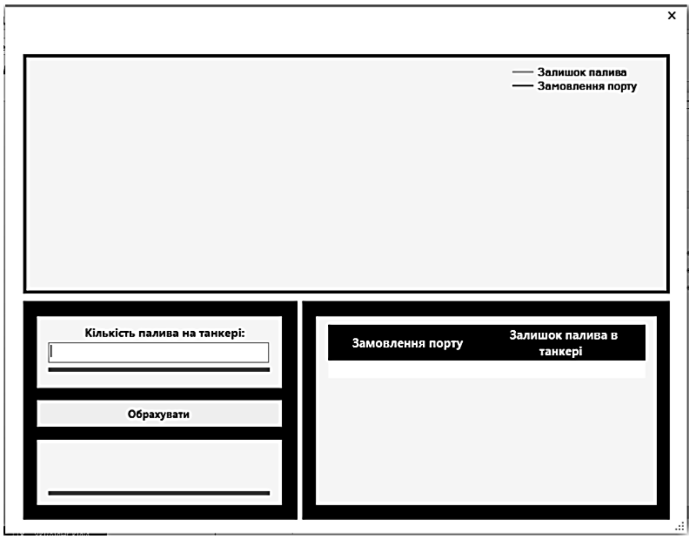


Рис. 9. Головне вікно програми для реалізації процесів бункерування суден в умовах невизначеності

Оскільки замовлення портів мають нечіткий характер, то на початковому етапі в полі **«Замовлення порту»** відображається згенероване замовлення у вигляді нечіткого трикутного числа (наприклад, $\underset{\sim}{A}_1 = (97,100,173)$), а в полі **«Залишок палива в танкері»** – початкова кількість палива на танкері (згідно рис. 8) у вигляді нечіткого трикутного числа (наприклад, $\underset{\sim}{Q}_0 = (500,500,500)$, рис. 10).

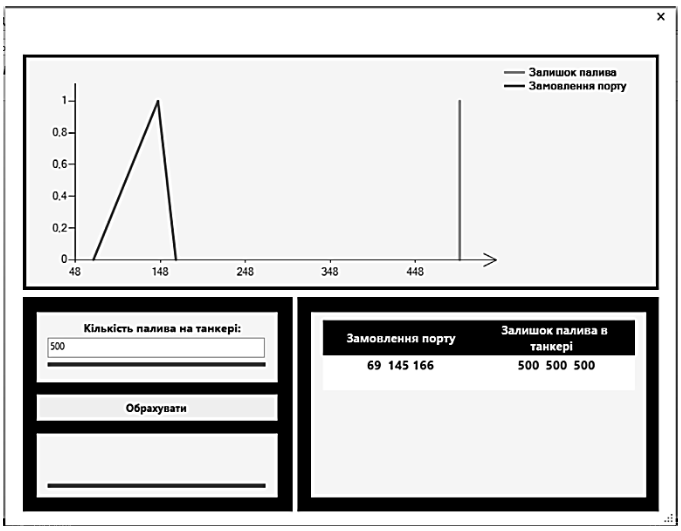


Рис. 10. Генерація замовлення першого порту $\underset{\sim}{A}_1$

2. На наступному кроці, під час повторного натиснення кнопки **«Обрахувати»**, розрахується залишок палива при обслуговуванні першого порту на основі операції віднімання нечітких чисел (наприклад, $\underset{\sim}{Q}_1 = (500-166, 500-145, 500-69) = (334, 355, 431)$, а також згенерується замовлення другого порту (наприклад, $\underset{\sim}{A}_2 = (204, 208, 232)$, рис. 11).

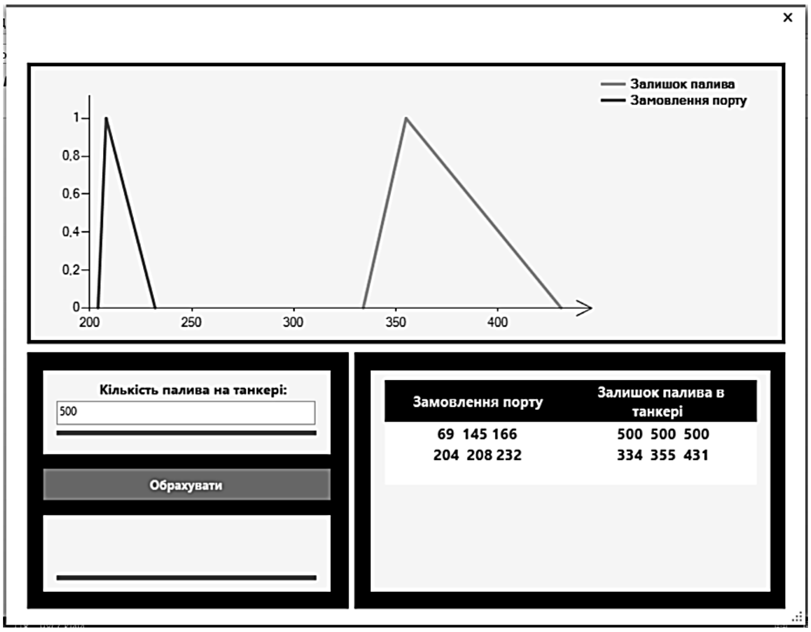


Рис. 11. Розрахунок залишку палива під час обслуговування першого порту $\underset{\sim}{Q}_1$ та генерація замовлення другого порту $\underset{\sim}{A}_2$

3. Натиснення кнопки **«Обрахувати»** призведе до розрахунку залишку палива при обслуговуванні другого порту (наприклад, $\underset{\sim}{Q}_2 = (334-232, 355-208, 431-204) = (102, 147, 227)$), а також згенерується замовлення третього порту (наприклад, $\underset{\sim}{A}_3 = (202, 210, 230)$, рис. 12). З рис. 12 видно, що виникає конфліктна ситуація, оскільки обслуговування третього порту неможливе. Це пояснюється тим, що залишок палива під час обслуговування третього порту має від'ємну складову (наприклад, $\underset{\sim}{Q}_3 = (102-230, 147-210, 227-202) = (-128, -63, 25)$).

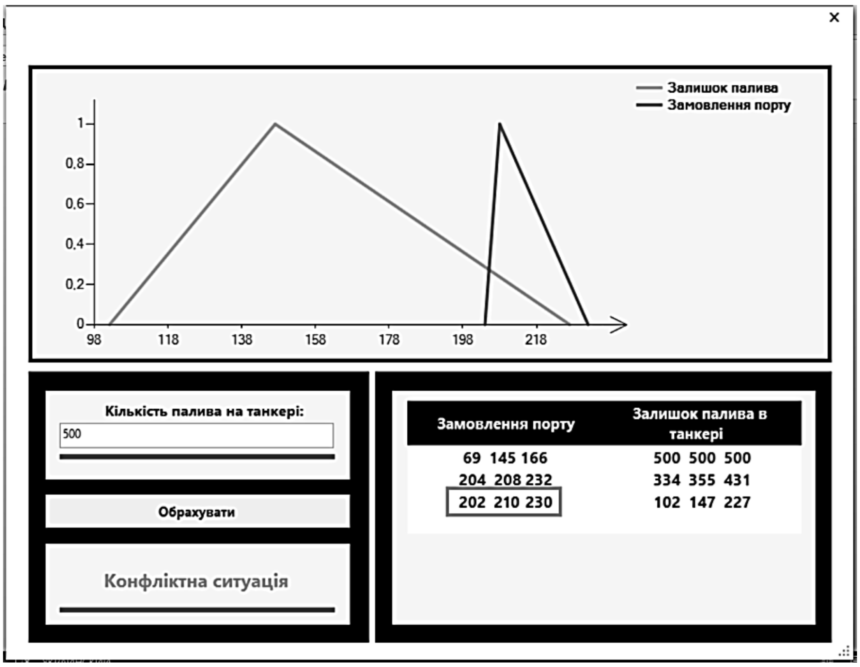


Рис. 12. Виникнення конфліктної ситуації під час обслуговування третього порту

У загальній кількості виконаних замовлень останнє (на якому виникла конфліктна ситуація) не враховується. Таким чином, було виконано 2 замовлення.

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо нечітких множин, нечітких трикутних чисел, їх прямих та інверсних моделей, операцій віднімання;

– опис послідовності процесу бункерування суден танкером;

– результати роботи програмного забезпечення під час моделювання процесу бункерування суден в умовах невизначеності.

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття нечітких множин та нечітких чисел.
2. Пряма та інверсна моделі нечітких трикутних чисел.
3. Операція віднімання нечітких трикутних чисел.
4. Принцип організації бункерування суден.
5. Умова виникнення конфліктної ситуації в процесі бункерування суден в умовах невизначеності.

Лабораторна робота № 5
МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ: ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ НА ГЕОМЕТРИЧНУ ФОРМУ

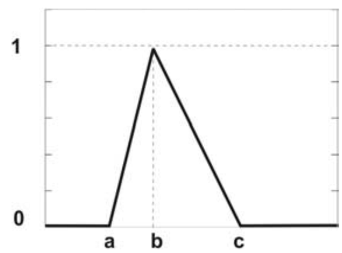
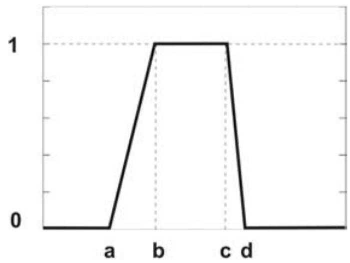
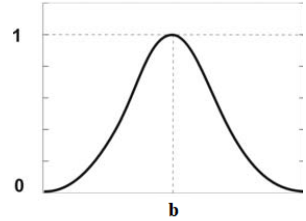
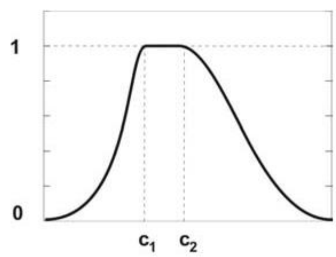
Мета: Розробка програмного забезпечення для моделювання нечітких чисел з різними функціями належності та дослідження впливу параметрів на їх геометричну форму.

Теоретичні відомості

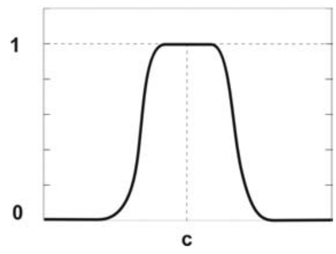
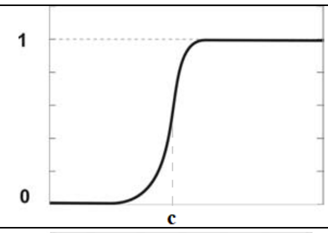
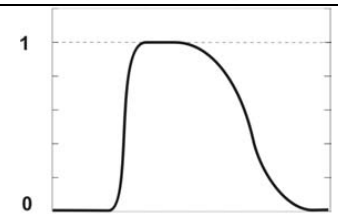
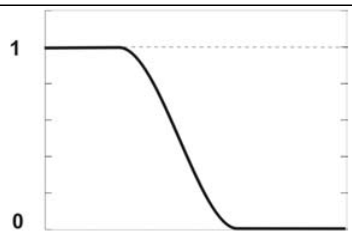
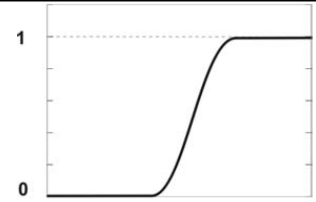
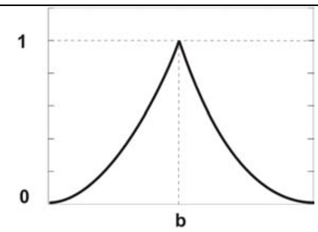
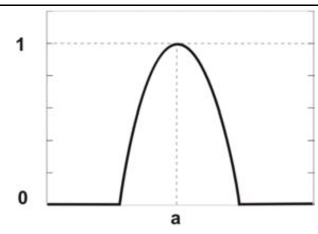
Функція належності – це функція, яка дозволяє обчислити ступінь належності будь-якого елемента x до нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$. Існує ряд стандартних функцій належності для представлення нечітких чисел, їх перелік наведений у таблиці 3.

Таблиця 3.

Стандартні функції належності нечітких чисел

№ (1)	**Опис (2)**	**Аналітична формула (3)**	**Вигляд функції належності (4)**
1	Трикутна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases} 0, \text{при } x \le a \text{ або } x \ge c \\ \frac{x-a}{b-a}, \text{при } a < x \le b \\ \frac{c-x}{c-b}, \text{при } b < x < c \end{cases}$ де $a \le b \le c$	
2	Трапеційна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases} 0, \text{при } x \le a \text{ або } x \ge d \\ \frac{x-a}{b-a}, \text{при } a < x \le b \\ 1, \text{при } b < x \le c \\ \frac{d-x}{d-c}, \text{при } c < x < d \end{cases}$ де $a \le b \le c \le d$	
Продо3	Симетрична гаусівська функція належності	$\mu(x)=e^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$	
4	Двобічна гаусівська функція належності	якщо $c_1 < c_2$, то $\mu(x)=\begin{cases} e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}}, \text{при } x < c_1 \\ 1, \text{при } c_1 \le x \le c_2 \\ e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, \text{при } x > c_2 \end{cases}$ якщо $c_1 > c_2$, то $\mu(x)=\begin{cases} e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}}, \text{ при } x < c_2 \\ e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}} \cdot e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, \text{при } c_2 \le x \le c_1 \\ e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, \text{при } x > c_1 \end{cases}$	

Закінчення таблиці 3

5	Узагальнена дзвоно-подібна функція належності	$\mu(x)=\dfrac{1}{1+\left\lvert\dfrac{x-c}{a}\right\rvert^{2b}}$ де $a\in(0;+\infty);\ b\in(-\infty;+\infty);$ $c\in(-\infty;+\infty);$	
6	Сигмоїдна функція належності	$\mu(x)=\dfrac{1}{1+e^{-a(x-c)}}$	
7	Добуток сигмоїдних функцій належності	$\mu(x)=\dfrac{1}{1+e^{-a_1(x-c_1)}}\cdot\dfrac{1}{1+e^{-a_2(x-c_2)}}$	
8	Різниця між сигмоїдними функціями належності	$\mu(x)=\dfrac{1}{1+e^{-a_1(x-c_1)}}-\dfrac{1}{1+e^{-a_2(x-c_2)}}$	
9	Z-подібна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases}1,\text{при } x\le a\\ \text{нелінійна, апроксимація, при } a<x<b\\ 0,\text{ при } x\ge b\end{cases}$	
10	S-подібна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases}0,\text{при } x\le a\\ \text{нелінійна, апроксимація, при } a<x<b\\ 1,\text{ при } x\ge b\end{cases}$	
11	Лапласівська функція належності	$\mu(x)=e^{-\frac{\lvert x-b\rvert}{d}}$, де $d>0$	
12	Квадратична функція належності	$\mu(x)=\begin{cases}1-\left(\dfrac{x-a}{b}\right)^2,\text{ якщо }\left(\dfrac{x-a}{b}\right)^2<1\\ 0,\text{ інакше}\end{cases}$	

Завдання

Розробити програмне забезпечення, в якому промоделювати (графічно показати) функції належності згідно із варіантом. У програмі передбачити можливість налаштування параметрів функцій належності користувачем. Мова програмування – на вибір студента.

Таблиця 4.

Завдання по варіантах для лабораторної роботи № 5

Варіант	**Функції належності (№ із таблиці 3)**
1	1, 3, 5
2	2, 3, 8
3	6, 8, 12
4	1, 3, 11
5	2, 6, 12
6	3, 5, 8
7	1, 6, 11
8	2, 5, 7
9	2, 6, 12
10	7, 8, 11

Приклад виконання роботи

Під час завантаження програми зі списку необхідно обрати функцію належності, після чого з’являються параметри, які впливають на її геометричну форму. При виборі, наприклад, симетричної гаусівської функції належності з’являються параметри b і c з полями для введення їх значень. Під час натиснення кнопки **«Побудувати»** буде графічно представлено відповідну функцію належності із заданими параметрами (рис. 13).

Так, наприклад, при виборі узагальненої дзвоноподібної функції належності з’являється додатковий параметр a з полем для введення його значення. Графічне відображення узагальненої дзвоноподібної функції належності представлено на рис. 14.

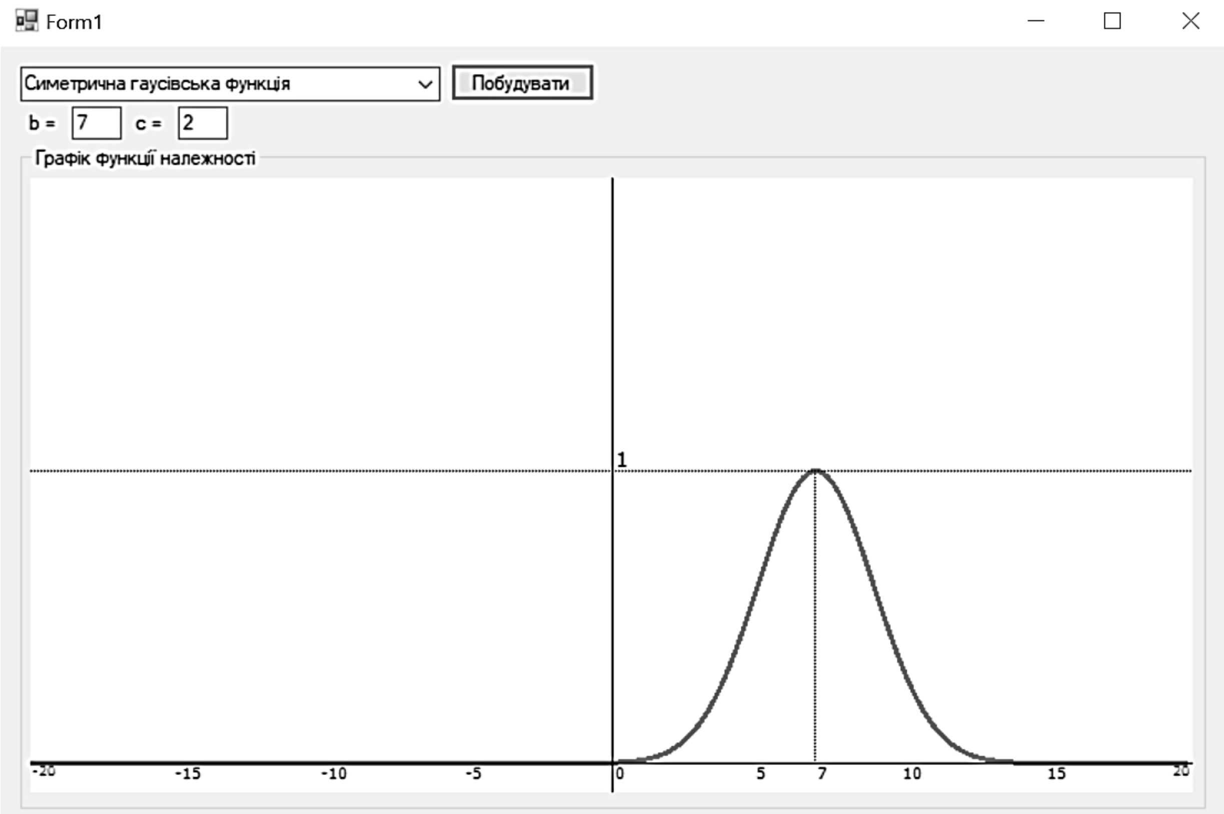


Рис. 13. Графічне відображення симетричної гаусівської функції належності із заданими параметрами $b = 7$ та $c = 2$

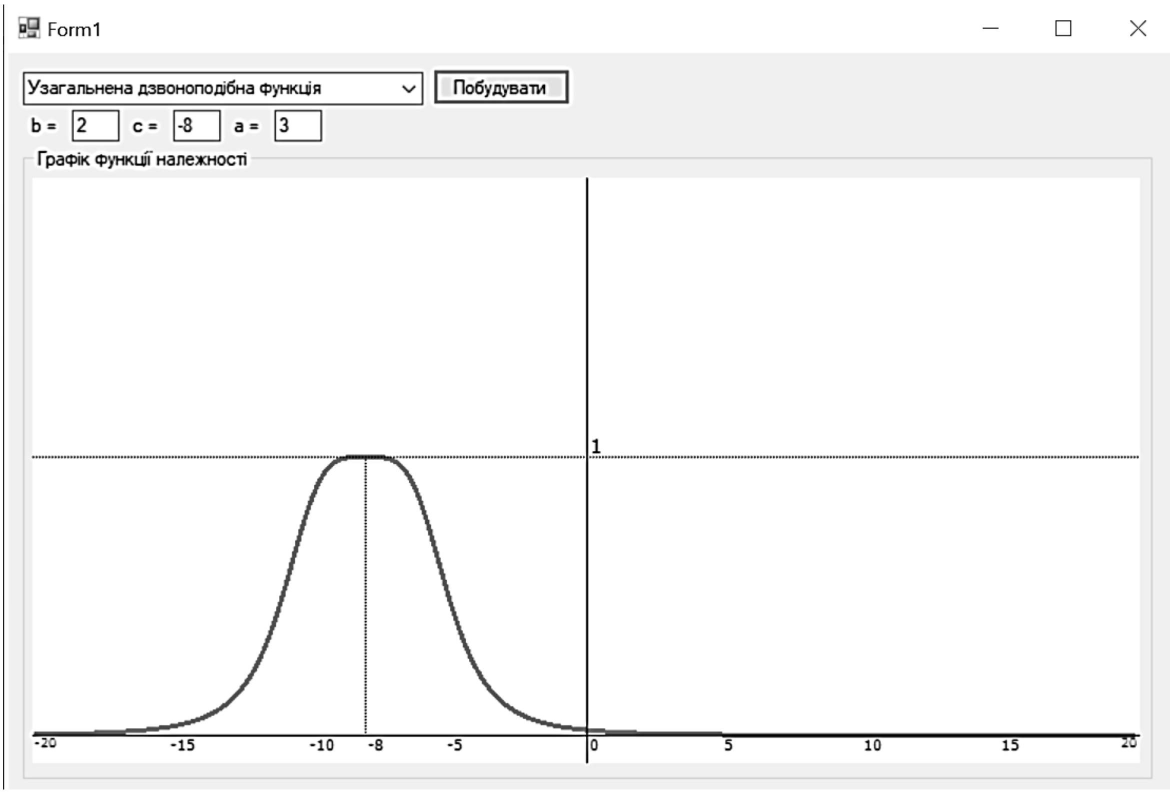


Рис. 14. Графічне відображення узагальненої дзвоноподібної функції належності із заданими параметрами $b = 2$, $c = -8$ та $a = 3$

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо математичних моделей функцій належності нечітких чисел;

– результати роботи програмного забезпечення з вибором функцій належності;

– дослідження впливу параметрів на геометричну форму функцій належності нечітких чисел;

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття функції належності.
2. Типи функцій належності.
3. Математичні моделі функцій належності нечітких чисел.
4. Вплив параметрів на геометричну форму функцій належності нечітких чисел.
5. Порівняльна характеристика функцій належності нечітких чисел.

Лабораторна робота № 6
ПРИНЦИП УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗАДЕ: АРИФМЕТИЧНІ ОПЕРАЦІЇ НА ОСНОВІ ЗГОРТКИ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ

Мета: Розробка програмного забезпечення для реалізації арифметичних операцій над нечіткими числами з різною формою функцій належності на основі принципу узагальнення Заде (MAX-MIN згортка).

Теоретичні відомості

Будь-яку нечітку множину можна представити у вигляді:

$$\underset{\sim}{A}=\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)}{x_1}+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)}{x_2}+\ldots+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i}+\ldots+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)}{x_n}, \quad (24)$$

або у скороченому записі:

$$\underset{\sim}{A}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i}. \quad (25)$$

У виразах (23) та (24) позначення «+» та « $\sum\limits_{i=1}^{n}$ » означають не операцію додавання, а операцію об’єднання. Кожен елемент $\dfrac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i}$ називається **сінглтоном.**

Будь-яке нечітке число можна представити у вигляді (25). Для цього необхідно обрати кількість кроків *m*, визначити розмір кроку:

$$\Delta x_m=\frac{\overline{x}-\underline{x}}{m}, \quad (26)$$

і для кожного $x_i = x_{i-1} + \Delta x_m$ за виглядом функції належності знайти значення $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i), i=1,2,\ldots,m$.

Операції над нечіткими множинами на основі MAX-MIN згортки:

Якщо виконуються умови, що $x, y \subset R^{+}$ і $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B} \subset R^{+}$ то будь-яку операцію над нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ у загальному вигляді можна представити наступним чином:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(OP)B}=\bigvee_{z=x(\mathrm{OP})y}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right), \quad (27)$$

де *OP* – будь-яка арифметична операція.

Спираючись на (27) запишемо формули для стандартних операцій:

1. **Додавання нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(+)\underset{\sim}{B}}=\bigvee_{z=x+y}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (28)$$

2. **Віднімання нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(-)\underset{\sim}{B}}=\bigvee_{z=x-y}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (29)$$

3. **Множення нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\cdot)\underset{\sim}{B}}=\bigvee_{z=x\cdot y}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (30)$$

4. **Ділення нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}}=\bigvee_{z=x:y}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (31)$$

5. Максимум нечітких множин

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\vee)\underset{\sim}{B}} = \underset{z=x\vee y}{\vee}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (32)$$

6. Мінімум нечітких множин

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\wedge)\underset{\sim}{B}} = \underset{z=x\wedge y}{\vee}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\wedge\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right). \quad (33)$$

Крім того, у теорії нечітких множин розглядають також **MIN-MAX згортку:**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(OP)\underset{\sim}{B}} = \underset{z=x(\mathrm{OP})y}{\wedge}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\vee\mu_{\underset{\sim}{B}}(y)\right), \quad (34)$$

але MIN-MAX згортка використовується вкрай рідко, оскільки вона може привести до формування неопуклої і субнормальної нечіткої множини.

Ілюстрація алгоритму MAX-MIN згортки

Вхідні дані

– кількість кроків $m=5$ (задається користувачем);

– нечіткі трикутні числа (16) $\underset{\sim}{A}=(a_1,a_0,a_2)$, $\underset{\sim}{B}=(b_1,b_0,b_2)$:

$$\underset{\sim}{A}=(0,3,5),\ \underset{\sim}{B}=(1,4,6);$$

– операція – додавання.

1. Знаходження кількості та розміру кроків

Відстань d, між нижньою та верхньої границями носіїв нечітких чисел:

для числа $\underset{\sim}{A}$: $d_{\underset{\sim}{A}}=a_2-a_1=5-0=5$;

для числа $\underset{\sim}{B}$: $d_{\underset{\sim}{B}}=b_2-b_1=6-1=5$.

Для отримання розміру кроку найменше з цих двох чисел ділимо на мінімальну кількість кроків m, вказану користувачем:

$$\Delta x_m=\frac{\min\left(d_{\underset{\sim}{A}},d_{\underset{\sim}{B}}\right)}{m}=\frac{5}{5}=1$$

Визначаємо кількість кроків (для кожного з нечітких чисел $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}$ відстань між границями $d_{\underset{\sim}{A}},d_{\underset{\sim}{B}}$ ділимо на розмір кроку Δx_m):

кількість кроків для числа $\underset{\sim}{A}$: $m_{\underset{\sim}{A}}=d_{\underset{\sim}{A}}/\Delta x_m=5/1=5$

кількість кроків для числа $\underset{\sim}{B}$: $m_{\underset{\sim}{A}}=d_{\underset{\sim}{A}}/\Delta x_m=5/1=5$

2. Формування носіїв нечітких множин $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$

Кількість елементів у носіях нечітких множин $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ – 6 елементів: $\underset{\sim}{A}\in\{0,1,2,3,4,5\}$, $\underset{\sim}{B}\in\{1,2,3,4,5,6\}$.

Кількість елементів для формування носія результуючої нечіткої множини $\underset{\sim}{C}$ дорівнює добутку розмірностей множин (операндів) $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$: 6 x 6 = 36.

3. Формування значень функцій належності нечітких множин значеннями $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$

За прямою моделлю функції належності трикутного числа (16) знаходимо ступінь належності $\mu(x_i),\mu(y_j)$ для кожного значення координат x_i,y_j (таблиця 5) відповідних нечітких чисел $\underset{\sim}{A}=(0,3,5)$, $\underset{\sim}{B}=(1,4,6)$.

Таблиця 5.

Нечіткі множини $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$

Нечітка множина $\underset{\sim}{A}$	$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$	0	$\frac{1-0}{3-0}\approx 0.33$	$\frac{2-0}{3-0}\approx 0.67$	$\frac{3-0}{3-0}=1$	$\frac{5-4}{5-3}=0.5$	0
	x_i	0	1	2	3	4	5
Нечітка множина $\underset{\sim}{B}$	$\mu_{\underset{\sim}{B}}(y_j)$	0	$\frac{2-1}{4-1}\approx 0.33$	$\frac{3-1}{4-1}\approx 0.67$	$\frac{4-1}{4-1}=1$	$\frac{6-5}{6-4}=0.5$	0
	y_j	1	2	3	4	5	6

Таблиця 6.

36 сінглтонів: формування результуючої нечіткої множини $\underset{\sim}{C}$

$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(0,0)=**0**	min(0,0.33)=**0**	min(0,0.67)=**0**	min(0,1)=**0**	min(0,0.5)=**0**	min(0,0)=**0**
z_{ij}	0 + 1 = **1**	0 + 2 = **2**	0 + 3 = **3**	0 + 4 = **4**	0 + 5 = **5**	0 + 6 = **6**
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(0.33,0) = **0**	min(0.33,0.33) = **0.33**	min(0.33,0.67) = **0.33**	min(0.33,1) = **0.33**	min(0.33,0.5) = **0.33**	min(0.33,0) = **0**
z_{ij}	1 + 1 = **2**	1 + 2 = **3**	1 + 3 = **4**	1 + 4 = **5**	1 + 5 = **6**	1 + 6 = **7**
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(0.67,0) = **0**	min(0.67,0.33) = **0.33**	min(0.67,0.67) = **0.67**	min(0.67,1) = **0.67**	min(0.67,0.5) = **0.5**	min(0.67,0) = **0**
z_{ij}	2 + 1 = **3**	2 + 2 = **4**	2 + 3 = **5**	2 + 4 = **6**	2 + 5 = **7**	2 + 6 = **8**
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(1,0)=**0**	min(1,0.33) =**0.33**	min(1,0.67) = **0.67**	min(1,1)=**1**	min(1,0.5) = **0.5**	min(1,0)=**0**
z_{ij}	3 + 1 = **4**	3 + 2 = **5**	3 + 3 = **6**	3 + 4 = **7**	3 + 5 = **8**	3 + 6 = **9**
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(0.5,0) = **0**	min(0.5,0.33) = **0.33**	min(0.5,0.67) = **0.5**	min(0.5,1) = **0,5**	min(0.5,0.5) = **0.5**	min(0.5,0) = **0**
z_{ij}	4 + 1 = **5**	4 + 2 = **6**	4 + 3 = **7**	4 + 4 = **8**	4 + 5 = **9**	4 + 6 = **10**
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	min(0,0)=**0**	min(0,0.33)=**0**	min(0,0.67)=**0**	min(0,1)=**0**	min(0,0.5)=**0**	min(0,0)=**0**
z_{ij}	5 + 1 = **6**	5 + 2 = **7**	5 + 3 = **8**	5 + 4 = **9**	5 + 5 = **10**	5 + 6 = **11**

Під час формування сінглтонів (таблиця 6) для знаходження елементів z_{ij} множини $\underset{\sim}{C}$, що відповідають додаванню відповідних координат, розраховуємо суму координат операндів $z_{ij} = x_i + y_j, (i, j = 1, 2, ..., 6)$. Для знаходження відповідного значення ступеню належності, $\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$ (таблиця 6) визначаємо мінімальне значення ступеню належності для відповідних координат операндів $\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij}) = \min\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i), \mu_{\underset{\sim}{B}}(y_j)\right)$.

4. Сортування елементів носія множини $\underset{\sim}{C}$ за значенням координат z_{ij}

Таблиця 7.

36 відсортованих сінглтонів для формування результуючої нечіткої множини $\underset{\sim}{C}$

$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	**0**	**0**	0	0	**0.33**	0	0	**0.33**	0.33	0	0	0.33	**0.67**	0.33	0	0	0.33
z_{ij}	**1**	**2**	2	3	**3**	3	4	**4**	4	4	5	5	**5**	5	5	6	6

$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	**0.67**	0.67	0.33	0	0	0.5	**1**	0.5	0	0	**0.5**	0.5	0	0	**0.5**	0	**0**	0	**0**
z_{ij}	**6**	6	6	6	7	7	**7**	7	7	8	**8**	8	8	9	**9**	9	**10**	10	**11**

У таблиці 3 для однакових значень координат z_{ij} множини $\underset{\sim}{C}$ знаходимо максимальні значення функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$. У таблиці 7 відповідні сінглтони підкреслені та виділені жирним шрифтом.

5. Формування результуючої множини $\underset{\sim}{C}$

Для формування результуючої нечіткої множини $\underset{\sim}{C}$ (таблиця 8) залишаємо тільки сінглтони, що виділені жирним шрифтом і підкреслені в таблиці 7.

Таблиця 8.

Результуюча нечітка множина $\underset{\sim}{C}$

Нечітка множина $\underset{\sim}{C}$	$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_{ij})$	0	0	0.33	0.33	0.67	0.67	1	0.5	0.5	0	0
	z_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Завдання

Розробити програмне забезпечення для реалізації усіх вищенаведених операцій (додавання, віднімання, множення, ділення, мінімум, максимум) на основі принципу узагальнення Заде (MAX-MIN згортка) над нечіткими числами з різними формами функцій належності (**функції належності взяти згідно з відповідним варіантом лабораторної роботи № 5**). Мова програмування – на вибір студента. Програмний продукт має забезпечити графічне представлення нечітких чисел $\underset{\sim}{A}$, $\underset{\sim}{B}$ та $\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{A}(OP)\underset{\sim}{B}$.

Приклад виконання роботи (для нечітких трикутних чисел)

Головне вікно розробленого програмного забезпечення показано на рис. 15.

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення (a_1, a_0, a_2) та (b_1, b_0, b_2) у поля «**Нечітке число А»** та «**Нечітке число В**».

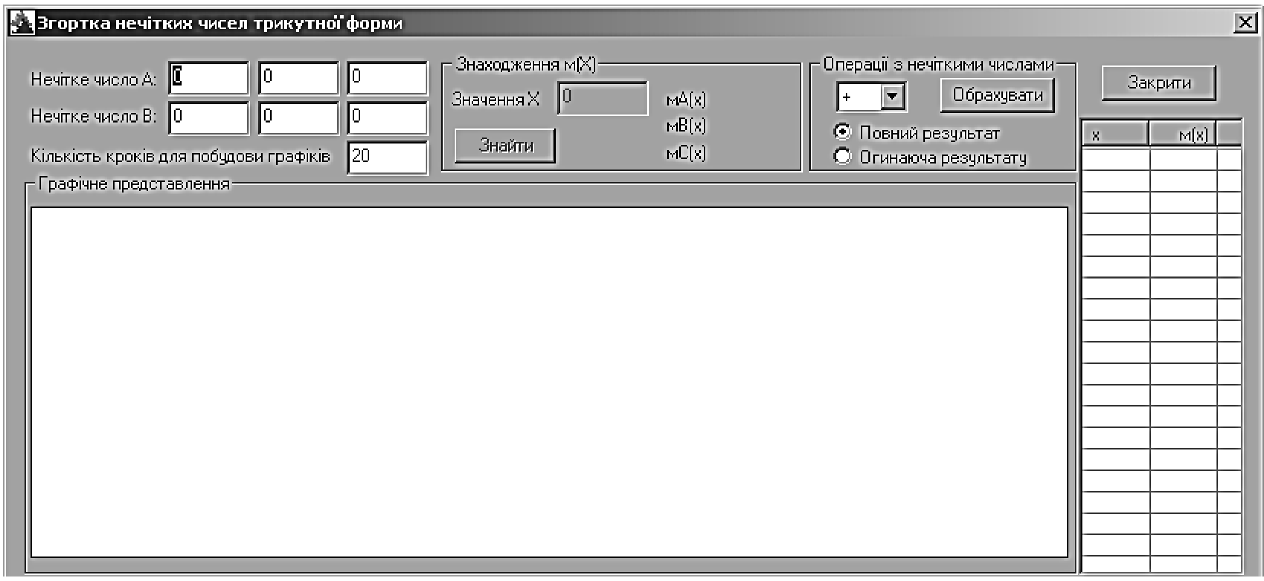


Рис. 15. Головне вікно програмного забезпечення для виконання MAX-MI згортки нечітких трикутних чисел

2. Введіть мінімальну кількість кроків для дискретизації нечітких чисел (за замовчуванням 20) у поле «**Кількість кроків для побудови графіків**». Чим більше значення кількості кроків, тим більш гладкими будуть графіки нечітких чисел.

3. Оберіть операцію, яку необхідно виконати над нечіткими числами у випадаючому списку «**Операції з нечіткими числами**» і натисніть кнопку «**Обрахувати**».

4. Результат виконання операції буде представлено у вигляді сінглтонів і графічно, як показано на рис. 16. Для нечітких чисел можна побудувати огинаючу (це особливо корисно для операцій множення та ділення). Для цього оберіть відповідний перемикач «**Огинаюча результату**», у цьому випадку графічне представлення матиме вигляд, як на рис. 17.

x	M(x)
1.00	0.00
1.25	0.00
1.50	0.08
1.75	0.08
2.00	0.17
2.25	0.17
2.50	0.25
2.75	0.25
3.00	0.33
3.25	0.33
3.50	0.42
3.75	0.42
4.00	0.50
4.25	0.50
4.50	0.58
4.75	0.58
5.00	0.67
5.25	0.67
5.50	0.75
5.75	0.75

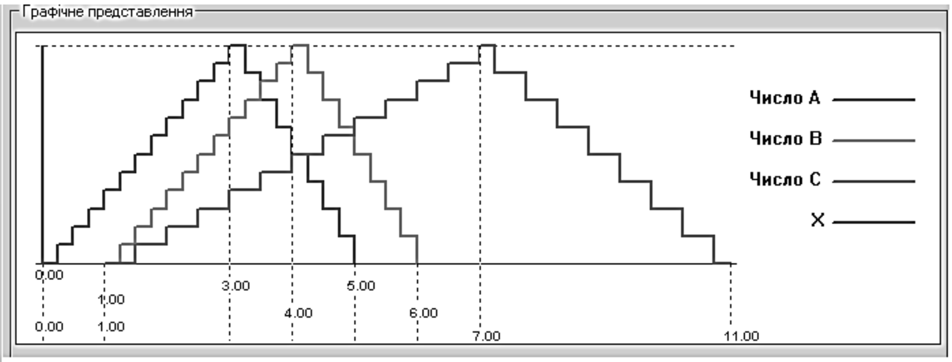


Рис. 16. Числовий та графічний результати виконання операції додавання двох нечітких трикутних чисел на основі MAX-MIN згортки

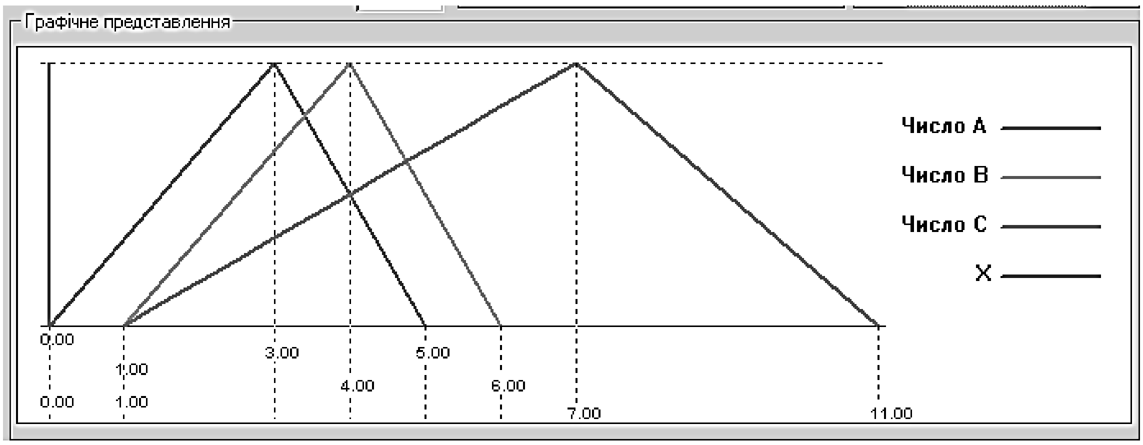


Рис. 17. Графічний результат (огинаюча) виконання операції додавання двох нечітких трикутних чисел на основі MAX-MIN згортки

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо принципу узагальнення Заде на основі MAX-MIN згортки;

– результати (числові і графічні) роботи програмного забезпечення з обраними функціями належності та всіма операціями над нечіткими числами;

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття сінглтону.
2. Принцип узагальнення Заде.
3. Приклади застосування принципу узагальнення Заде.
4. Операції над нечіткими множинами на основі MAX-MIN згортки.
5. MIN-MAX згортка нечітких чисел та її особливості.

Лабораторна робота № 7
МЕТОДИ І ПОКАЗНИКИ ДЛЯ ПОРІВНЯННЯ НЕЧІТКИХ МНОЖИН

Мета: Розробка програмного забезпечення для порівняння нечітких множин з різною формою функцій належності, зокрема для визначення їхньої міри подібності.

Теоретичні відомості

Лінійна Хемінгова відстань визначається для лінійної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ і розраховується наступним чином:

$$\rho\left(\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right|. \tag{35}$$

Квадратична Евклідова відстань визначається для квадратичної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ і розраховується наступним чином:

$$\varepsilon\left(\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}\right)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right)^2}. \tag{36}$$

Відстань Мінковського являє собою параметричну метрику на Евклідовому просторі, яку можна розглядати як узагальнення Евклідової відстані та відстані «міських кварталів». Відстань Мінковського порядку p між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ визначається як:

$$m\left(\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}\right)=\left(\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right|^p\right)^{1/p}. \tag{37}$$

Для $p \ge 1$ відстань Мінковського є метрикою внаслідок «нерівності Мінковського». Для $p < 1$ відстань не є метрикою, оскільки порушується «нерівність трикутника». При $p = \infty$ метрика перетворюється у відстань Чебишева. Частіше всього відстань Мінковського використовують з параметром $p = 1$ (відстань «міських кварталів») та $p = 2$ (Евклідова відстань).

Відстань Чебишева являє собою метрику для порівняння n – вимірних числових векторів. Відстань Чебишева між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ визначається наступним чином:

$$ch\left(\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}\right)=\max_{i=1,2,\dots,n}\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right|. \tag{38}$$

Завдання

1. Розробити програмне забезпечення для знаходження лінійної Хемінгової (35) та квадратичної Евклідової (36) відстаней між нечіткими числами з різною формою функцій належності (**функції належності взяти згідно з відповідним варіантом лабораторної роботи № 5**). Обрати кількість кроків дискретизації $n > 64$. Мова програмування – на вибір студента.
2. При представленні результатів лабораторної роботи графічно показати нечіткі числа $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B}$ та графіки залежностей:

$$l(i),\ \text{де}\ l(i)=\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right|; \tag{39}$$

$$Q(i),\ \text{де}\ Q(i)=\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}\left(x_i\right)-\mu_{\underset{\sim}{B}}\left(x_i\right)\right)^2. \tag{40}$$

Приклад виконання роботи (для нечітких трикутних чисел)

Головне вікно розробленого програмного забезпечення показано на рис. 18.

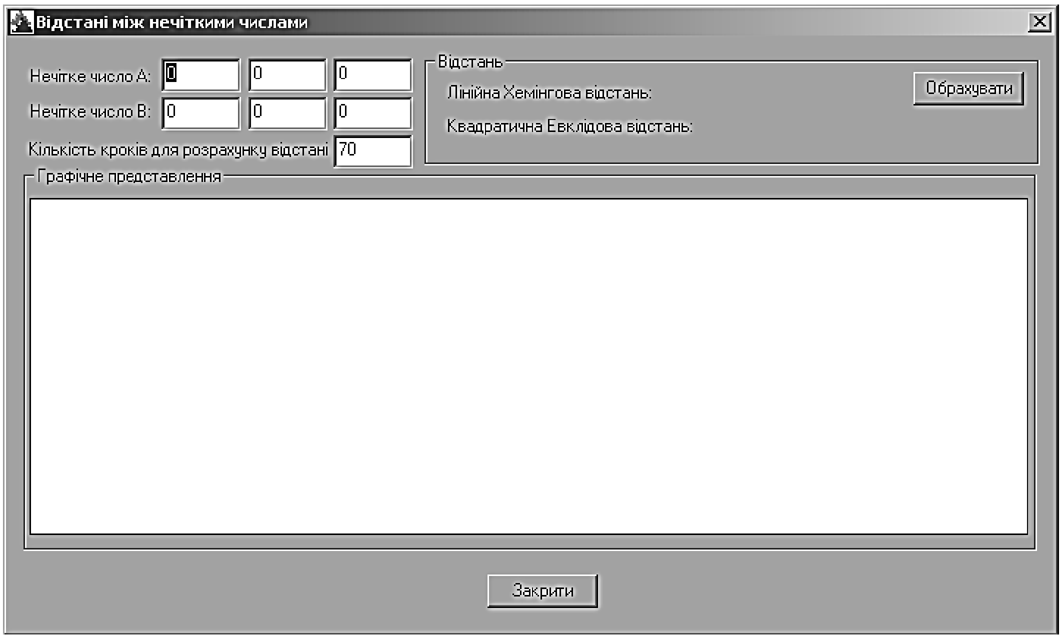


Рис. 18. Головне вікно програмного забезпечення для розрахунку відстаней між нечіткими числами

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення (a_1, a_0, a_2) та (b_1, b_0, b_2) у поля «**Нечітке число A**» та «**Нечітке число B**».
2. Введіть кількість кроків (за замовчуванням 70) у поле «**Кількість кроків для розрахунку відстані**». Рекомендується брати кількість кроків більше 64.
3. Натисніть кнопку «**Обрахувати**». Розраховані відстані буде представлено у числовій формі. На рис. 19 графічно показані нечіткі числа $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$, графіки залежностей (39)–(40) та розраховані значення лінійної Хемінгової та квадратичної Евклідової відстаней (35)–(36).

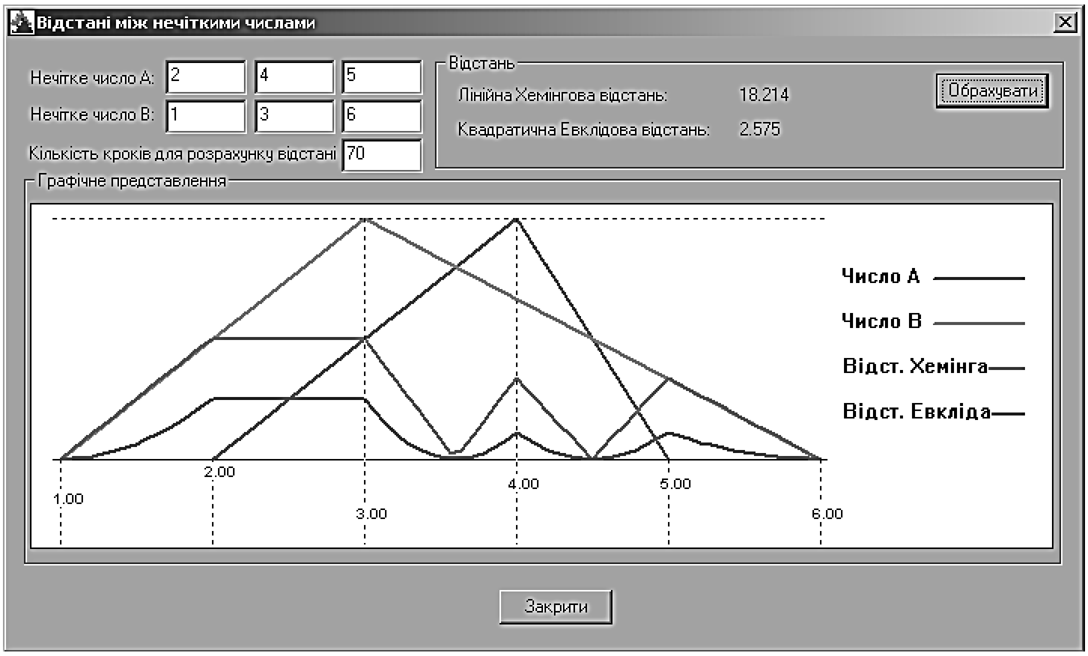


Рис. 19. Розраховані відстані між нечіткими числами $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$ та графіки

лінійної Хемінгової та квадратичної Евклідової відстаней

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо методів і показників порівняння нечітких множин;

– результати роботи програмного продукту з обраними функціями належності, графічним представленням нечітких чисел $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B}$, графіками поточних значень (39)–(40) та значеннями лінійної Хемінгової та квадратичної Евклідової відстаней (35)–(36);

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття відстані між нечіткими множинами.
2. Лінійна Хемінгова відстань між нечіткими множинами.
3. Квадратична Евклідова відстань між нечіткими множинами.
4. Відстані Мінковського та Чебишева.
5. Спільне та відмінне між Хемінговою та Евклідовою відстанями.
6. Порівняльний аналіз алгоритмів оцінки подібності нечітких множин.

Лабораторна робота № 8
ДОСЛІДЖЕННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПРОЦЕДУР ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ІНДЕКСІВ НЕЧІТКОСТІ

Мета: Розробка програмного забезпечення для розрахунку та дослідження індексів нечіткості нечітких чисел з різною формою функцій належності.

Теоретичні відомості

Індекси нечіткості призначені для того, щоб з'ясувати, наскільки нечітке число з відповідною формою функції належності наближене (подібне) до нечіткого числа з прямокутною формою функції належності.

У подальшому визначимо нечітку множину $\underline{A} \subset E$ з прямокутною формою функції належності, що є найближчою до заданої нечіткої множини $\underset{\sim}{A} = (a_1, a_2, a_3)$.

Функція належності нечіткої множини $\underline{A} \subset E$ з прямокутною формою функції належності визначається наступним чином:

$$\mu_{\underline{A}}(x_i) = \begin{cases} 0, \text{при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) < 0,5 \\ 1, \text{при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) > 0,5 \\ 0 \text{ або } 1, \text{при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = 0,5 \end{cases} \quad (41)$$

Як правило, при $\mu_{\underset{\sim}{A}} = 0,5$ визначають ліву і праву границі нечіткої множини $\underline{A} \subset E$ з прямокутною формою функції належності, де $\mu_{\underline{A}} = 1$.

Лінійний індекс нечіткості визначається за формулою:

$$d_l(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{n} \cdot \rho(\underset{\sim}{A}, \underline{A}), \quad (42)$$

де $\rho(\underset{\sim}{A}, \underline{A})$ – лінійна Хемінгова відстань (35); n – кількість кроків.

Множник $\frac{2}{n}$ забезпечує виконання умови $0 \le d_l(\underset{\sim}{A}) \le 1$.

Квадратичний індекс нечіткості визначається за формулою:

$$d_q(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{\sqrt{n}} \cdot \varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underline{A}), \quad (43)$$

де $\varepsilon(\underset{\sim}{A}, \underline{A})$ – квадратична Евклідова відстань (36).

Для квадратичного індексу нечіткості також виконується умова $0 \le d_q(\underset{\sim}{A}) \le 1$.

Завдання

1. Розробити програмне забезпечення для знаходження лінійного та квадратичного індексів нечіткості нечітких чисел з різною формою функцій належності (**функції належності взяти згідно з відповідним варіантом лабораторної роботи № 5**). Обрати кількість кроків $n > 64$. Мова програмування – на вибір студента.
2. У програмі графічно показати задану нечітку множину $\underset{\sim}{A}$ та найближчу до неї нечітку множину $\underline{A} \subset E$ з прямокутною формою функції належності.

Приклад виконання роботи (для нечітких трикутних чисел)

Головне вікно розробленого програмного забезпечення показано на рис. 20.

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення (a_1, a_0, a_2) у поле **«Нечітке число А»**.

2. Введіть кількість кроків (за замовчуванням 70) у поле **«Кількість кроків для розрахунку відстані».** Рекомендується брати кількість кроків більше за 64.

3. Натисніть кнопку **«Обрахувати».** Розраховані індекси нечіткості буде представлено у числовій формі (42)–(43). Графічно показано задану нечітку множину $\underset{\sim}{A}$ та найближчу до неї нечітку множину $\underline{A} \subset E$ з прямокутною формою функції належності (41) (рис. 21).

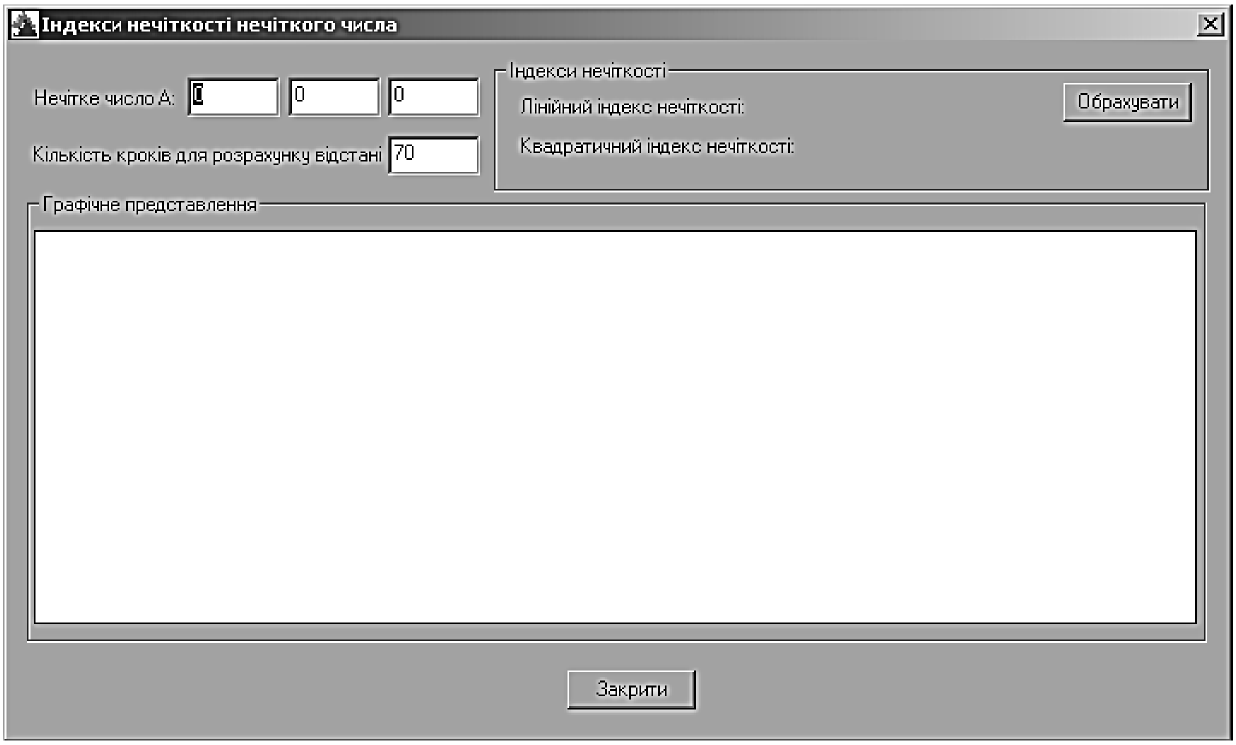


Рис. 20. Інтерфейс програми для розрахунку індексів нечіткості нечітких трикутних чисел

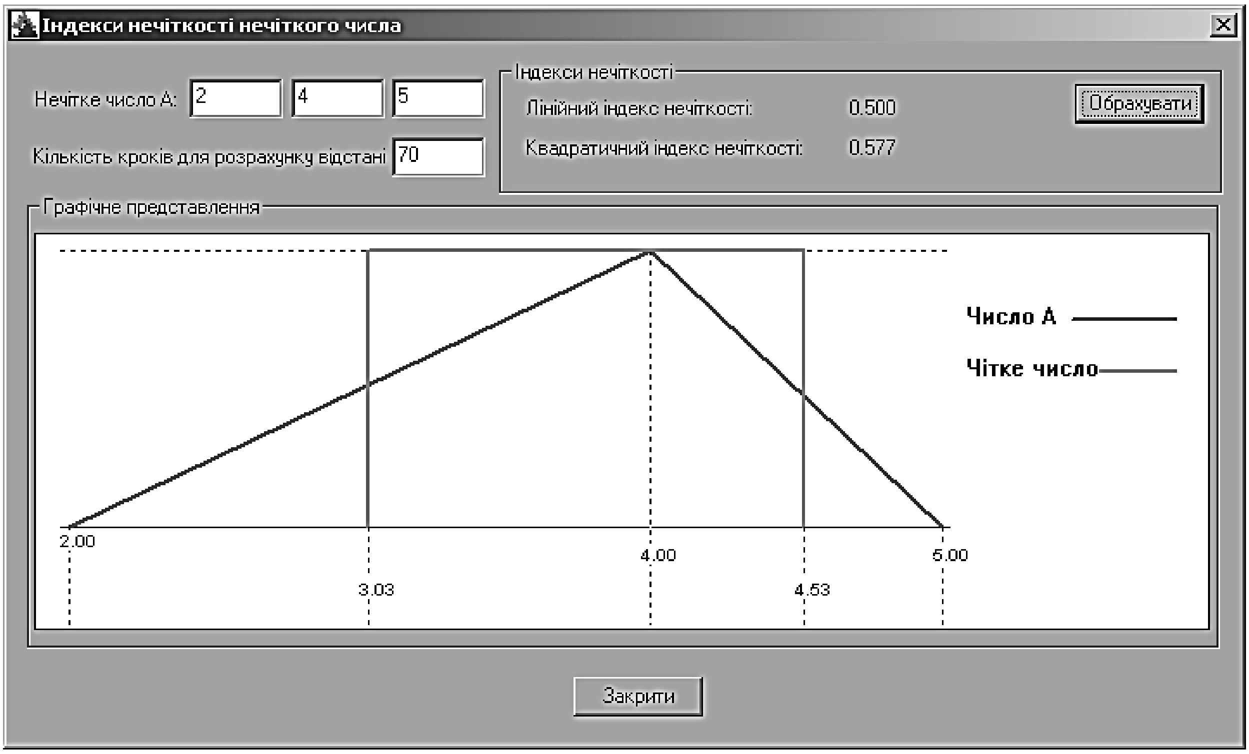


Рис. 21. Розраховані індекси нечіткості нечіткого трикутного числа та графічне представлення нечіткого і найближчого до нього чіткого чисел

Вимоги до оформлення звітів

У звіті необхідно відобразити:

– назву та мету виконання лабораторної роботи;

– теоретичні відомості щодо процедури для визначення індексів нечіткості;

– результати роботи програмного забезпечення з обраними функціями належності, графічним представленням нечітких множин $\underset{\sim}{A}, \underline{A}$, графіками та розрахованими значеннями індексів нечіткості;

– висновки.

Файли проекту програми зберігати до захисту лабораторної роботи, щоб за необхідності мати можливість продемонструвати чи додатково проаналізувати результати роботи програми.

Контрольні запитання

1. Поняття індексу нечіткості.
2. Лінійний індекс нечіткості.
3. Квадратичний індекс нечіткості.
4. Спільне та відмінне між лінійним та квадратичним індексами нечіткості.
5. Порівняльний аналіз індексів нечіткості.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Алтунин А. Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях : монография / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. – Тюмень : Тюменский государственный университет, 2000. – 352 с.
2. Батыршин И. З. Основные операции нечеткой логики и их обобщения / И. З. Батыршин. – Казань : Отечество, 2001. – 190 с.
3. Бодянский Е. В. О синтезе нечетких алгоритмов на основе композиции фрагментов правил и моделей / Е. В. Бодянский, Е. И. Кучеренко, И. С. Творошенко // АСУ и приборы автоматики. – 2004. – № 128. – С. 19–28.
4. Гультяев А. Р. Визуальное моделирование в среде MATLAB : учебный курс / А. Р. Гультяев. – СПб. : Питер, 2000. – 432 с.
5. Дьяконов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб : Питер, 2001. – 488 с.
6. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій / Ю. П. Зайченко. – К. : Слово, 2006. – 688 с.
7. Зайченко Ю. П. Основи проектування інтелектуальних систем / Ю. П. Зайченко. – К. : Слово, 2004. – 353 с.
8. Кондратенко В. Ю. Об’єктно-орієнтовані моделі для синтезу інтелектуальних систем з нечіткою логікою / В. Ю. Кондратенко, В. С. Яценко // Праці Одеського національного політехнічного університету. – 2006. – С. 54–60.
9. Кондратенко Ю. Синтез нечітких систем підтримки прийняття рішень для задач транспортної логістики / Ю. Кондратенко, С. Енчева, Є. Сіденко // Технічні вісті. − 2010. − 1(31). − С. 61–66.
10. Кондратенко Ю. П. Методи обробки нечіткої лінгвістичної інформації в задачах багатокритерійного прийняття рішень / Ю. П. Кондратенко, Є. В. Сіденко // Матер. 6-ї Міжн. наук.-практ. конф. Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті MINTT-2014. – Херсон, Травень 2014. – С. 161–163.
11. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 482 с.
12. Крошилин А. В. Особенности построения систем поддержки принятия решений на основе нечеткой логики / А. В. Крошилин, А. В. Бабкин, С. В. Крошилина // Научно-технические ведомости. – 2010. – № 2 (97). – С. 58–63.
13. Круглов В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети : учеб. пособие / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М. : Изд-во физ.-мат. литературы, 2001. – 289 с.
14. Куссуль Н. М. Інтелектуальні обчислення. Навчальний посібник (навчальний посібник з грифом МОН України) / Н. М. Куссуль, А. Ю. Шелестов, А. М. Лавренюк. – К. : «Наукова думка», 2006. – 186 с.
15. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MatLab и FuzzyTECH / А. В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
16. Недашковская Н. И. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения / Н. И. Недашковская, Н. Д. Панкратова // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 2. – С. 40–55.
17. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление ; пер. с англ. / А. Пегат. – М. : БИНОМ, 2009. – 798 с.
18. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации : нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ, 1999. – 320 с.
19. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2004. – 383 с.

20. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С. Д. Штовба. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.

21. Ямпольський Л. С. Системи штучного інтелекту в плануванні, моделюванні та управлінні / Л. С. Ямпольський, Б. П. Ткач, О. І. Лісовиченко. – Київ : ДП «Видавничий дім «Персонал», 2011. – 544 с.

22. Fuzzy Logic Toolbox. User's Guide. The MathWorks, Inc., 1999. – 134 p.

23. Kaufmann, A., Gupta, M. : Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. Van Nostrand Reinhold Company, New York (1985).

24. Kondratenko, G., Kondratenko, Y., Sidenko, I.: Fuzzy Decision Making System for Model-Oriented Academia/Industry Cooperation: University Preferences. In : C. Berger-Vachon (ed.), Complex Systems: Solutions and Challenges in Economics, Management and Engineering 125, pp. 109–124. Springer, Cham (2018) DOI: 10.1007/978-3-319-69989-9_7.

25. Kondratenko, Y., Kondratenko, V. : Soft Computing Algorithm for Arithmetic Multiplication of Fuzzy Sets Based on Universal Analytic Models. In book: V. Ermolayev et al. (eds.), Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Application. Communications in Computer and Information Science 469, ICTERI'2014, pp. 49–77. Springer International Publishing, Switzerland (2014) DOI: 10.1007/978-3-319-13206-8_3.

26. Kondratenko, Y., Kondratenko, N. : Real-Time Fuzzy Data Processing Based on a Computational Library of Analytic Models. DATA 3(4), 1–9 (2018).

27. Kondratenko, Y., Kondratenko, N. : Universal Direct Analytic Models for the Minimum of Triangular Fuzzy Numbers. In : V. Ermolaev et al. (eds.), ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Proceedings of the 14th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. CEUR Workshop Proceedings. Volume II: Workshops, pp. 100–115. Kyiv, Ukraine (2018) CEUR-WS.org/Vol-2104/paper_208.pdf.

28. Kondratenko, Y. P., Kondratenko, N. Y. : Reduced Library of the Soft Computing Analytic Models for Arithmetic Operations with Asymmetrical Fuzzy Numbers. Int. J. of Computer Research 23(4), 349–370 (2016).

29. Kondratenko, Y. P., Kondratenko, N. Y. : Soft Computing Analytic Models for Increasing Efficiency of Fuzzy Information Processing in Decision Support Systems. Chapter in book: R. Hudson (ed.), Decision Making: Processes, Behavioral Influences and Role in Business Management, pp. 41–78. Nova Science Publishers, New York (2015).

30. Kondratenko, Y. P., Sidenko, E.V. : Correction of the Knowledge Database of Fuzzy Decision Support System with Variable Structure of the Input Data. In: International Conference on Modeling and Simulation MS'2012, pp. 56–61. Minsk, Belarus (2012).

31. Kondratenko, Y. P., Sidenko, I. V. : Decision-Making Based on Fuzzy Estimation of Quality Level for Cargo Delivery. In: L. Zadeh et al. (eds.), Recent Developments and New Directions in Soft Computing. Studies in Fuzziness and Soft Computing 317, pp. 331–344. Springer, Cham (2014). DOI : 10.1007/978-3-319-06323-2_21.

32. Kondratenko, Y. P., Sidenko, Ie.V. : Decision-Making and Fuzzy Estimation of Quality Level for Cargo Delivery. In: 2nd World Conference on Soft Computing, pp. 418–423. Baku, Azerbaijan (2012).

33. Kondratenko, Y. P., Sidenko, Ie. V. : Design and Reconfiguration of Intelligent Knowledge-Based System for Fuzzy Multi-Criterion Decision Making in Transport Logisticts. Journal of Computational Optimization in Economics and Finance. 6(3), 229–242 (2014).

34. Kondratenko, Y. P., Sidenko, Ie. V. : Method of Actual Correction of the Knowledge Database of Fuzzy Decision Support System with Flexible Hierarchical Structure. Journal of Computational Optimization in Economics and Finance. 4(2), 57–76 (2012).

35. Kondratenko, Y. P., Simon, D. : Structural and Parametric Optimization of Fuzzy Control and Decision Making Systems. In : L. Zadeh et al. (eds.), Recent Developments and the New Direction in Soft-Computing Foundations and Applications, Studies in Fuzziness and Soft Computing 361, pp. 273–289. Springer, Cham (2018) DOI: 10.1007/978-3-319-75408-6_22.

36. Lorkowski, J., Kreinovich, V. : Decision Making Under Uncertainty and Restrictions on Computation Resources: From Heuristic to Optimal Techniques. In: Bounded Rationality in Decision Making Under Uncertainty: Towards Optimal Granularity. Studies in Systems, Decision and Control 99. Springer, Cham (2018).

37. Solesvik, M., Kondratenko, Y., Kondratenko, G., Sidenko, I., Kharchenko, V., Boyarchuk, A. : Fuzzy Decision Support Systems in Marine Practice. In : IEEE Intern. Conf. on Fuzzy Systems, Naples, Italy (2017) DOI : 10.1109/FUZZ-IEEE.2017.8015471.

38. Zadeh, L. : Fuzzy sets. Information and Control 8(3), 338–353 (1965).

ДЛЯ НОТАТОК

Навчальне видання

Кондратенко
Юрій Пантелійович,

Кондратенко
Галина Володимирівна,

Сіденко
Євген Вікторович

Нечіткі множини та нечітка логіка

Методичні рекомендації та вказівки
для виконання лабораторних робіт
студентами спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»

Випуск 267

Редактор *А. Грубкіна*.
Технічний редактор, комп'ютерна верстка *Д. Кардаш.*
Друк, фальцювально-палітурні роботи *С. Волинець*.

Підп. до друку 02.04.2019
Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Папір офсет.
Гарнітура “Times New Roman”. Друк ризограф.
Ум. друк. арк. 2,09. Обл.-вид. арк. 1,13.
Тираж 5 пр. Зам. № 5706.

Видавець і виготовлювач: ЧНУ ім. Петра Могили.
54003, м. Миколаїв, вул. 68 Десантників, 10.
Тел.: 8 (0512) 50–03–32, 8 (0512) 76–55–81, e-mail: rector@chmnu.edu.ua.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6124 від 05.04.2018.